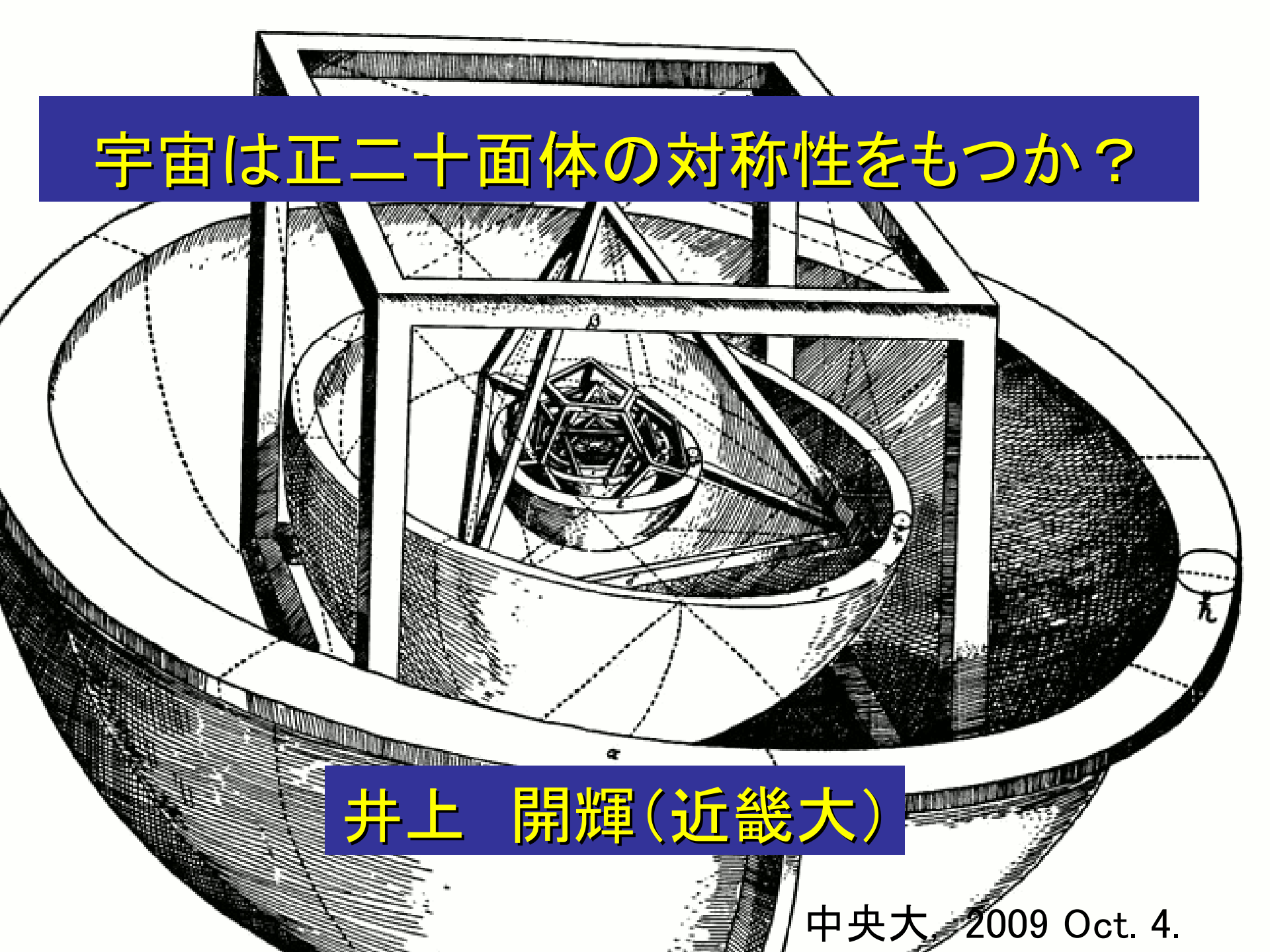




宇宙は正二十面体の対称性をもつか？

井上 開輝(近畿大)

中央大 2009 Oct. 4.

目次

- イントロ

- 宇宙のトポロジー

- 宇宙論

- 観測によるトポロジーの制限 + α

- まとめ

イントロ

The Poincaré Dodecahedral Space and the Mystery of the Missing Fluctuations

Jeffrey Weeks

Introduction

Because of the finite speed of light, we see the Moon as it was roughly a second ago, the Sun as it was eight minutes ago, other nearby stars as they were a few decades ago, the center of our Milky Way Galaxy as it was 30,000 years ago, nearby galaxies as they were millions of years ago, and distant galaxies as they were billions of years ago. If we look still deeper into space, we see all the way back to the final stages of the big bang itself, when the whole universe was filled with a blazing hot plasma similar to the outer layers of the modern Sun. In principle we see this plasma in all directions; it fills the entire background of the sky. So why don't we notice it when we look up at the night sky? The catch is that the light from it—originally visible or infrared—over the course of its 13.7 billion-year voyage from the plasma to us has gotten stretched out as part of the overall expansion of the universe. Specifically, the universe has expanded by a factor of about 1100 from then till now, so what was once a warm reddish glow with a wavelength around 10,000 angstroms is now a bath of microwaves with a wavelength of about a millimeter. So we cannot see the plasma with our eyes, but we can see it with a microwave antenna.

If our eyes were sensitive to microwaves as well as to visible light, a close-up view of the night sky might look something like Figure 1. In the foreground we see other galaxies as they were a few billion years ago. In the background we see the

omnipresent plasma as it was 380,000 years after the big bang, a mere three one-thousandths of one percent of the universe's present age of 13.7 billion years. The plasma holds clues to the universe's birth, evolution, geometry, and topology. To harvest these clues, NASA launched the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) on 30 June 2001. On 10 August 2001 WMAP reached its orbit about the so-called second Lagrange point, where the combined gravity of the Sun and the Earth are just right to keep the satellite orbiting the Sun in synchronization with the Earth, and WMAP began its four years of observations (Figure 2). The observed radiation from the plasma, known as the Cosmic Microwave Background (CMB) radiation, is extremely uniform across the sky. Nevertheless, it exhibits small temperature fluctuations on the order of 1 part in 10^5 . These CMB temperature fluctuations result from fluctuations in the density (not temperature) of the primordial plasma: photons arriving from denser regions do a little extra work against gravity and arrive slightly cooler, while photons arriving from less dense regions do a little less work against gravity and arrive slightly warmer. So in effect temperature fluctuations on the microwave sky reveal density fluctuations in the early universe.

Cosmologists' current standard model posits an essentially infinite Euclidean space created by inflation and containing density fluctuations on all scales. On small scales WMAP observed these fluctuations as predicted. However, on scales larger than about 60° degrees across the sky, the

Jeffrey Weeks is a MacArthur Fellow. He can be reached at <http://www.geometrygames.org/contact.html>.

2004/July



2003/10/9

宇宙の形は正十二面体？

WMAP衛星による電波観測データ公表
(2003)

- 弱い正曲率を示唆

- 60度以上の角度スケール
で揺らぎが著しく小さい



Poincare dodecahedral space
を提案 (Luminet et al. 2003)

日本物理学会誌

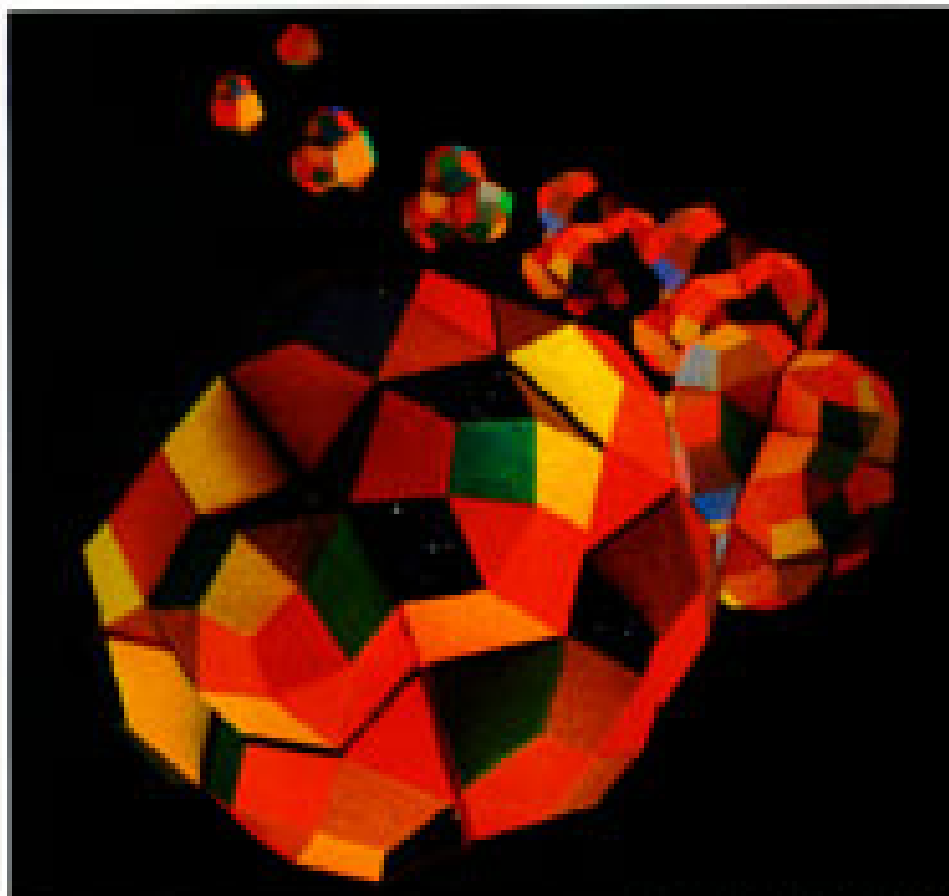
BUTSURI

Published for the JPS by the Japanese Physical Society
東京大学出版会 東京
東京大学出版会 東京
東京大学出版会 東京

2000 vol. 55 no.

11

- 国立研究所の独立行政法人化
- 宇宙背景放射による宇宙のモデルの探求
- K⁺ 中間子の崩壊に K⁰ → π⁰ の発見
- シリコン表面の原子層厚の電気検出
- エネルギー・角動量分解型電子分光法



折り紙でみる宇宙



川村みゆき
& 井上開輝

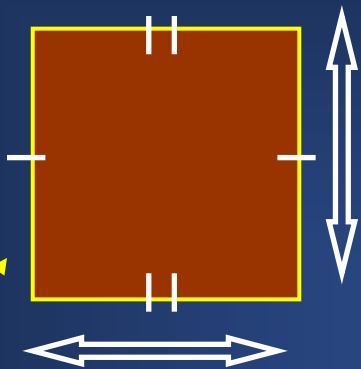
当時の率直な感想

- 当時、同じアイデアを考案。
- だがすぐ反論が出るだろう。
- 自然の声に忠実か？
- せいてはことをし損ずる。

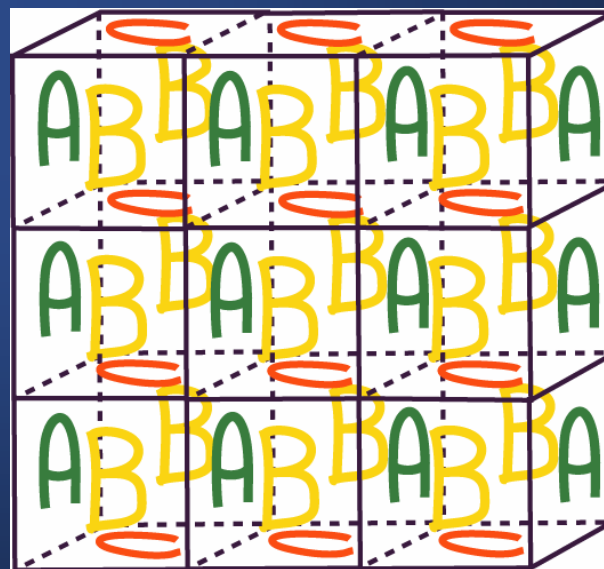
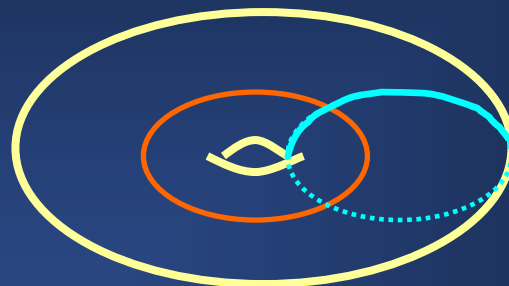
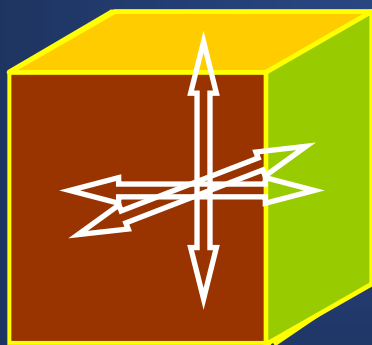
現在は？（2009年時点）

宇宙のトポロジー

空間の「形」



基本領域



空間の形



空間の有限性

曲率と密度

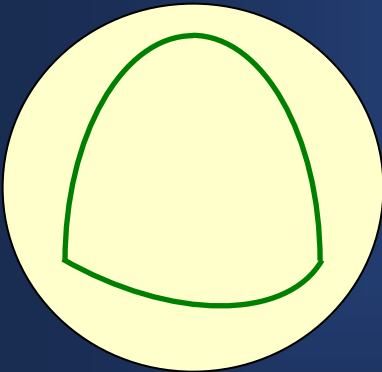
[illegible]

大

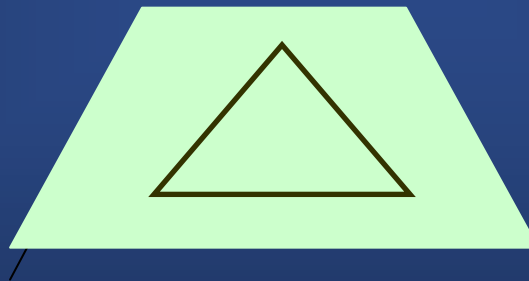
等しい

小

球



平板



馬の鞍



3角形の内角の和
 $>180^\circ$ $K>0$

3角形の内角の和
=180度 $K=0$

3角形の内角の和
 $< 180^\circ$ $K < 0$

基本領域の形

$K > 0$



レンズ空間

spherical

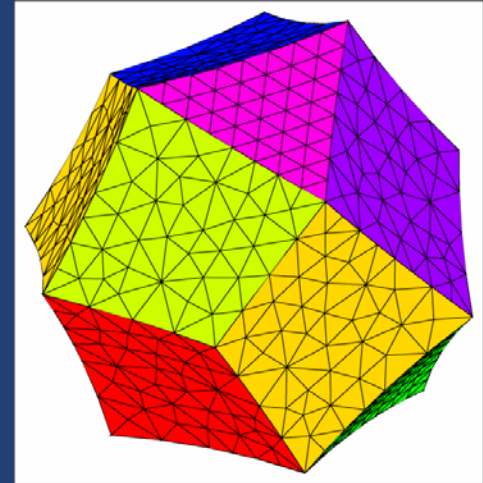
$K = 0$



トーラス空間

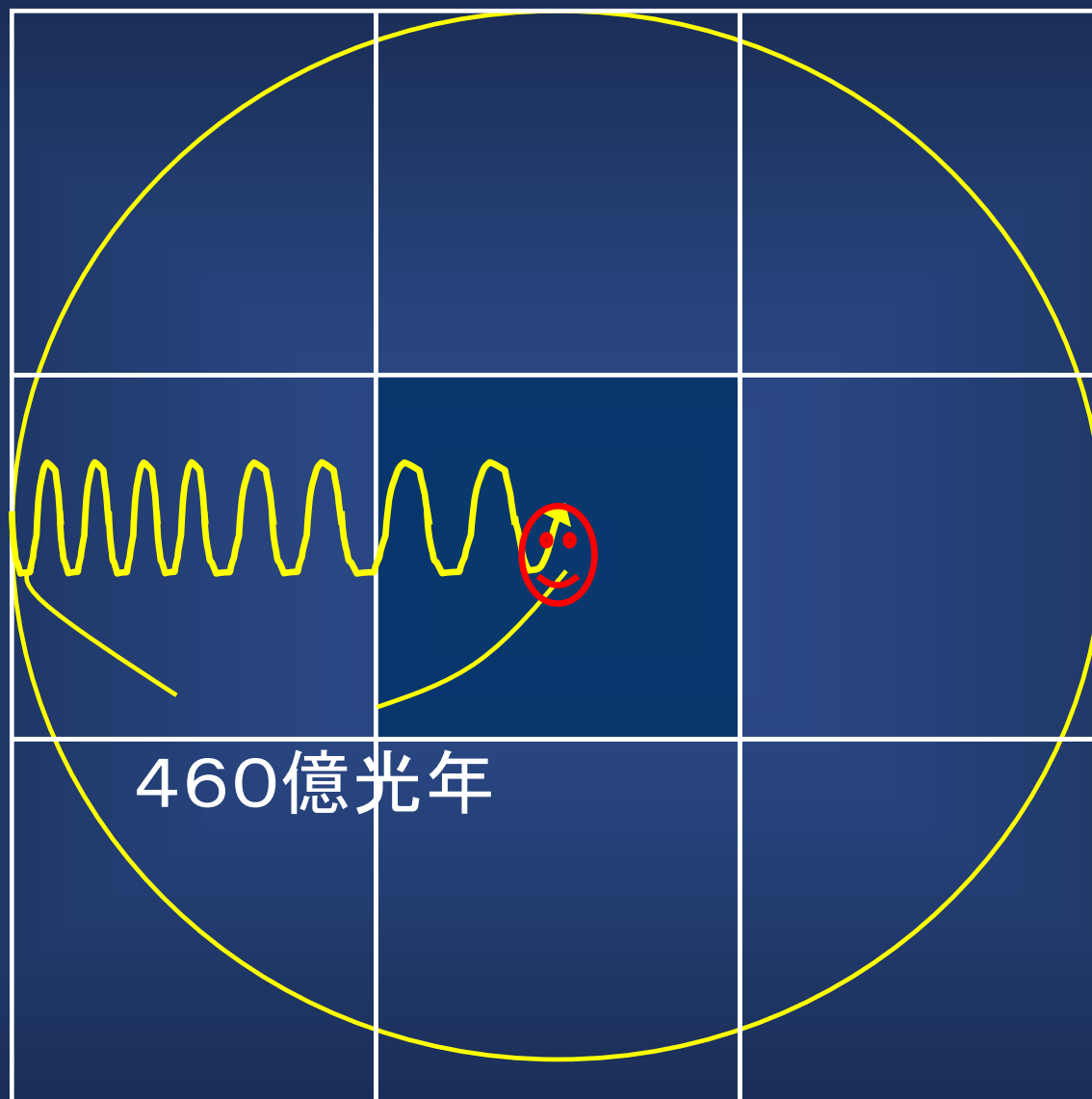
flat

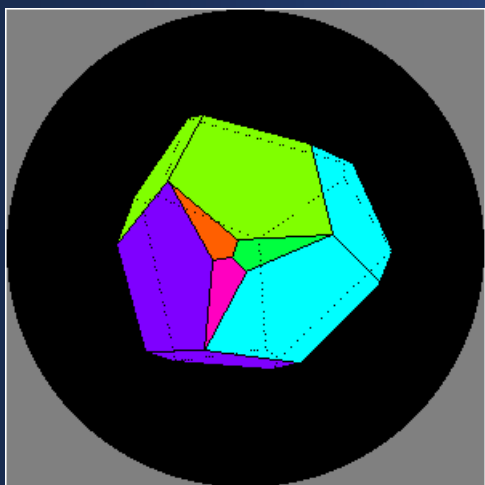
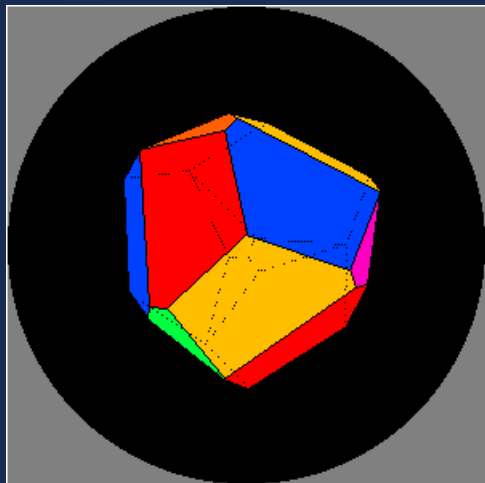
$K < 0$



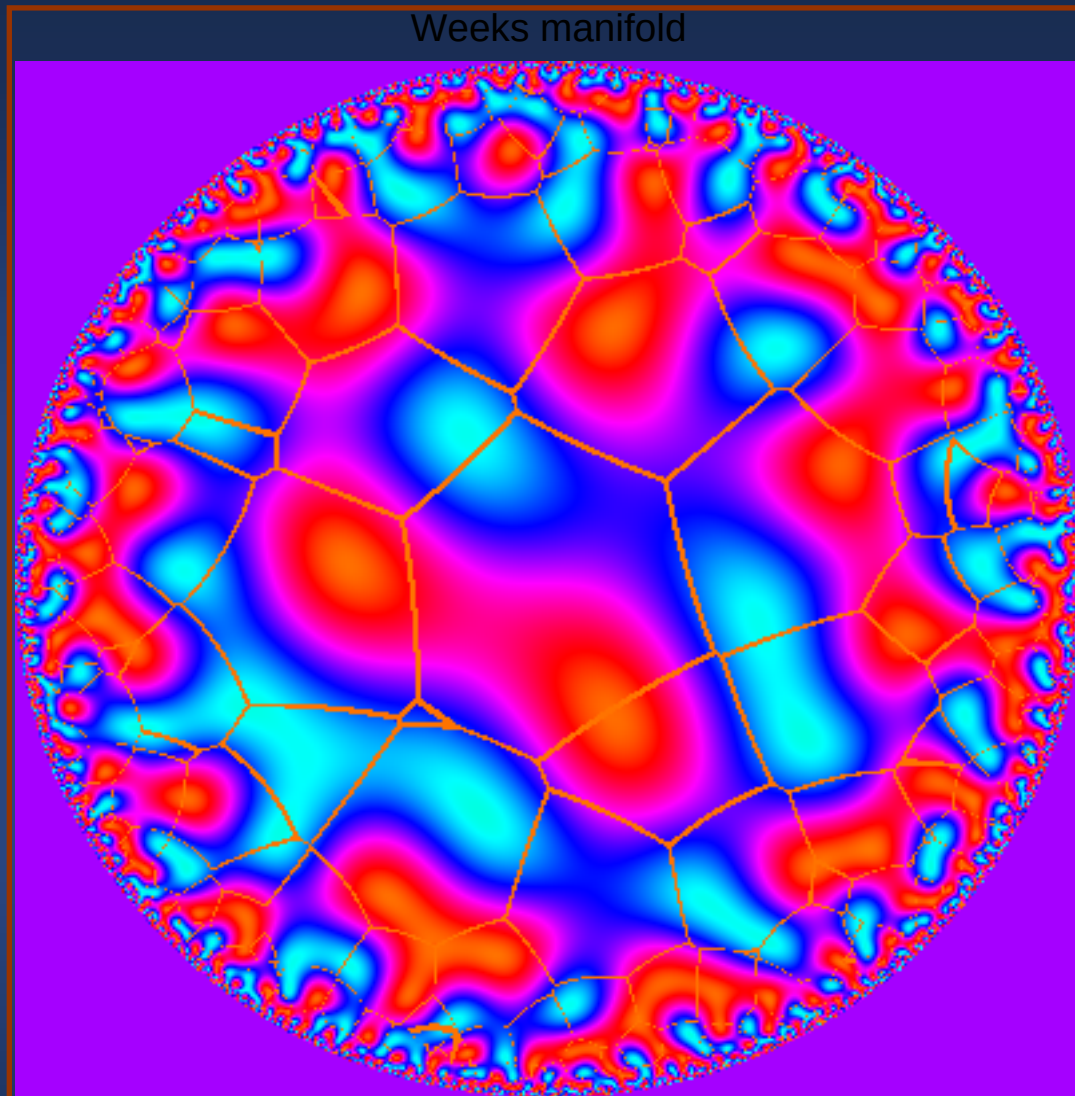
Thurston空間

hyperbolic





負曲率空間の基本領域



基底状態の揺らぎの振幅

定曲率多重連結空間

$K > 0$

$$S^3 / \Gamma$$

spherical

$K = 0$

$$E^3 / \Gamma$$

flat

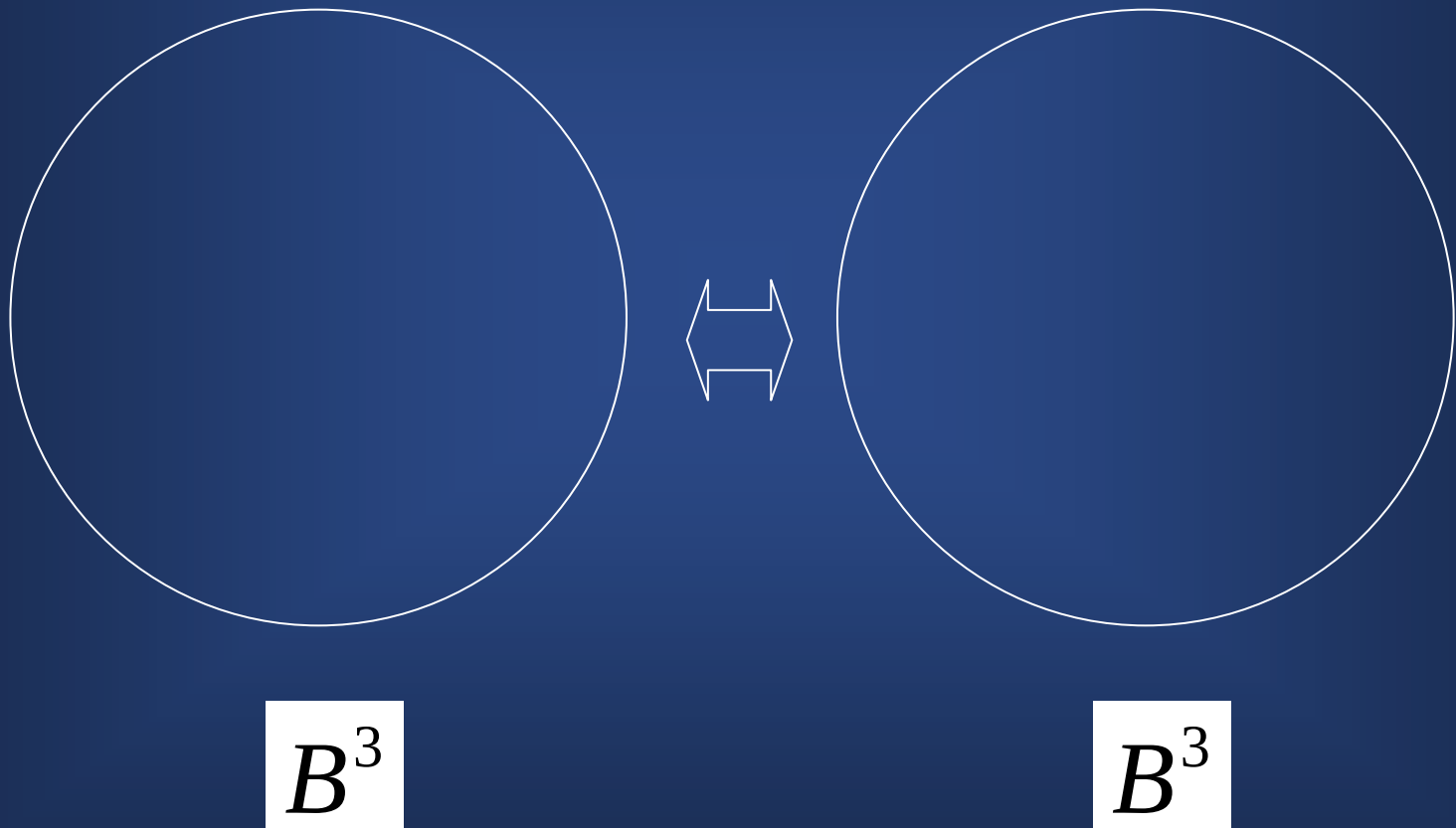
$K < 0$

$$H^3 / \Gamma$$

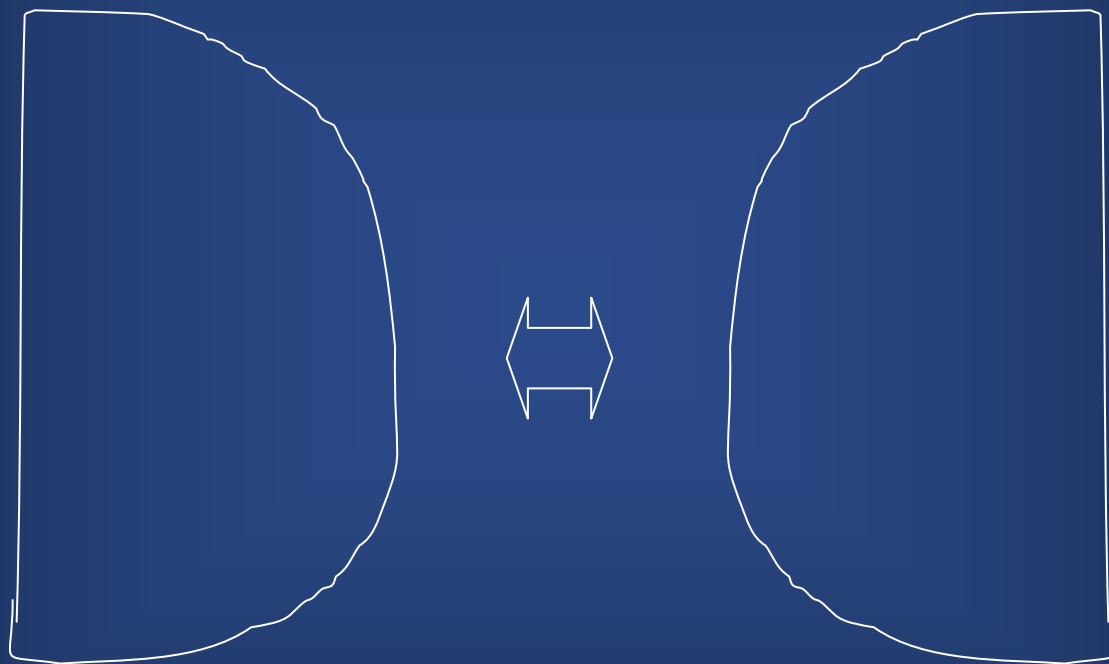
hyperbolic

Γ : discrete isometry group
which acts freely and discontinuously
(orientation preserving)

Spherical topology



Spherical topology



Spherical topology

Q:quaternion



$\mathbb{R}^4$:4-dimensional
real space

$$q = a + bi + cj + dk$$

$$(a, b, c, d)$$



$$Q' = \{q \in Q, |q| = 1\}$$

unit quaternion



S^3 :3-dim. spherical
surface $\sim \text{SO}(4)$

Spherical topology

$$S^3$$



$$SO(4)$$

$$q' \in Q'$$

right(left)
multiplication

$$\rho(q) = qq', \quad q, q' \in Q'$$

$$S^3$$



$$SO(3)$$

$$q' \in Q'$$

conjugation

$$\rho(q) = q'qq'^{-1}, \quad q, q' \in Q'$$

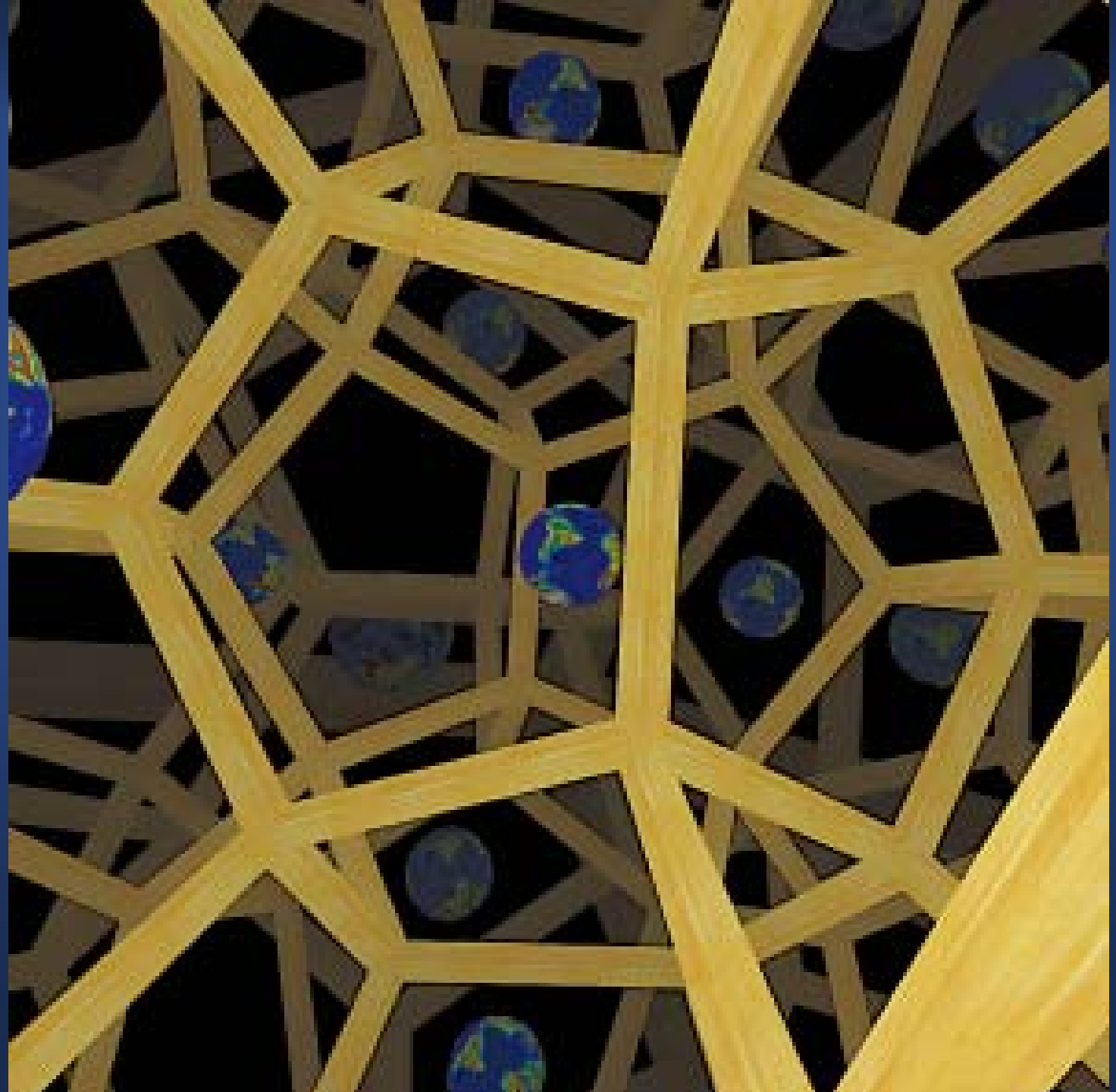
$$\rho(q; q') = \rho(q; q'^{-1})$$

Spherical topology

つまりSO(3)のdiscrete isometry groupを用いて、SO(4)のdiscrete isometry groupを構成できる。

$$Z_m^*, D_m^*, T^*, O^*, I^*$$

yield globally homogeneous spaces
(single action spaces)



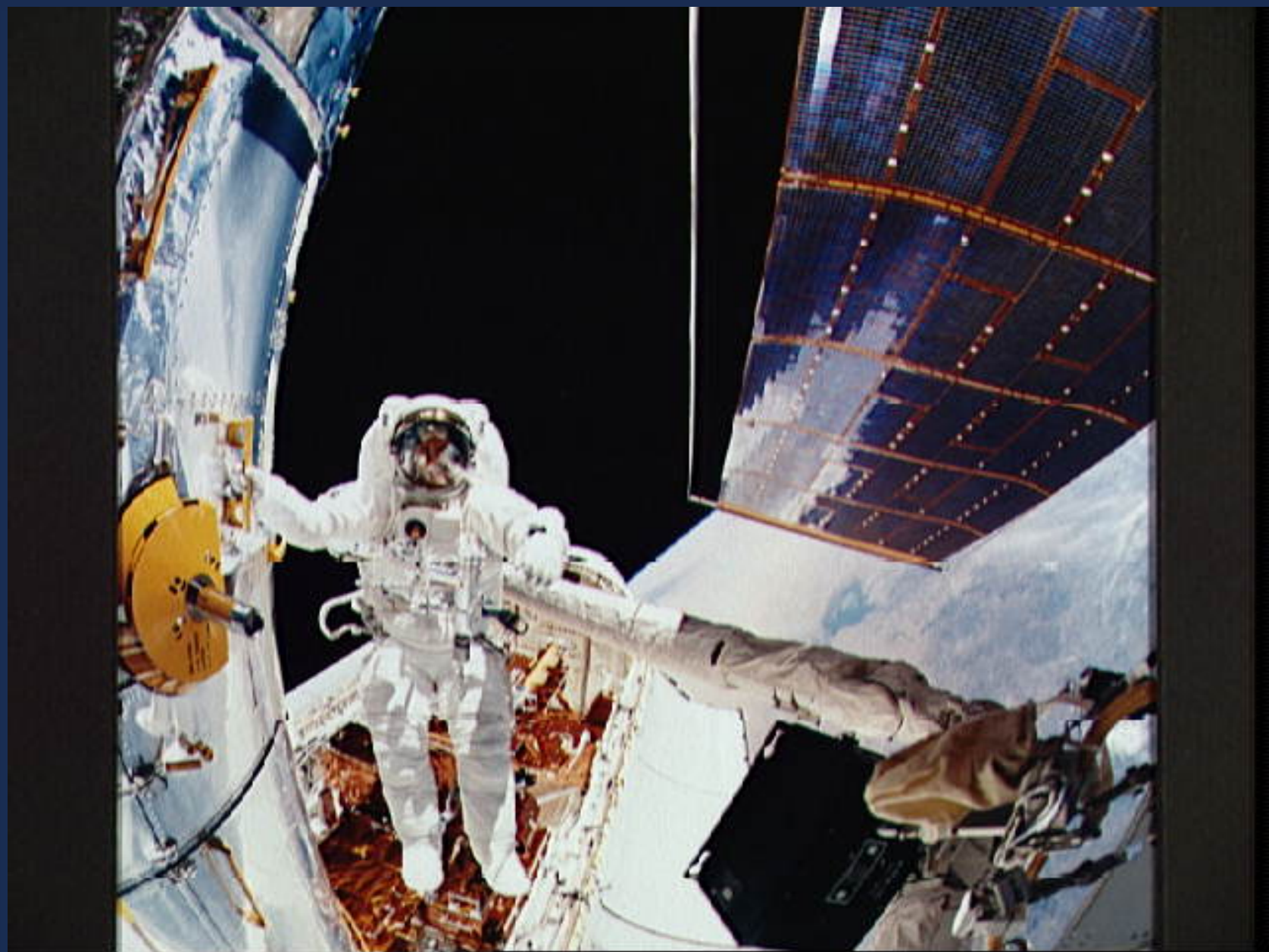
Spherical topology

groupのorderが大きいほど真の空間の体積は小さい。

$$Z_m^*(m), D_m^*(4m), T^*(24), O^*(48), I^*(120)$$

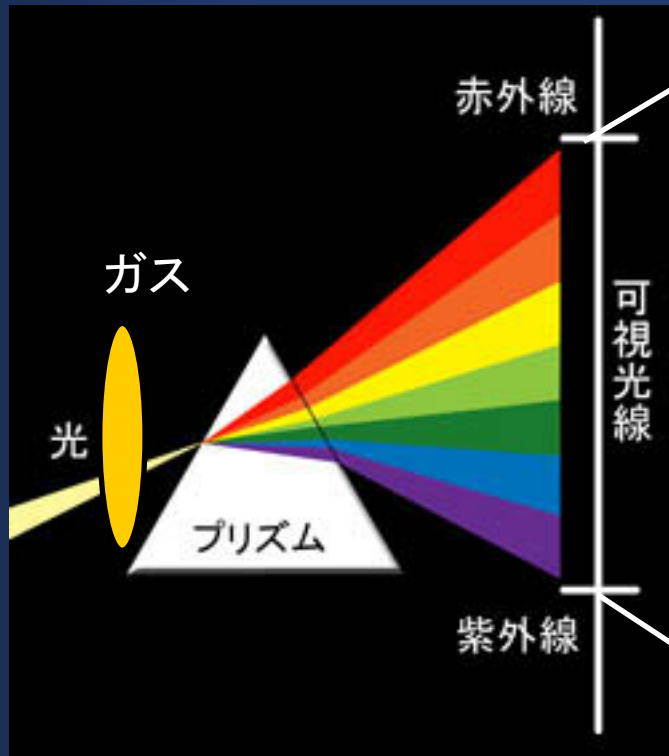
体積＝超球面の体積の1/order

宇宙論

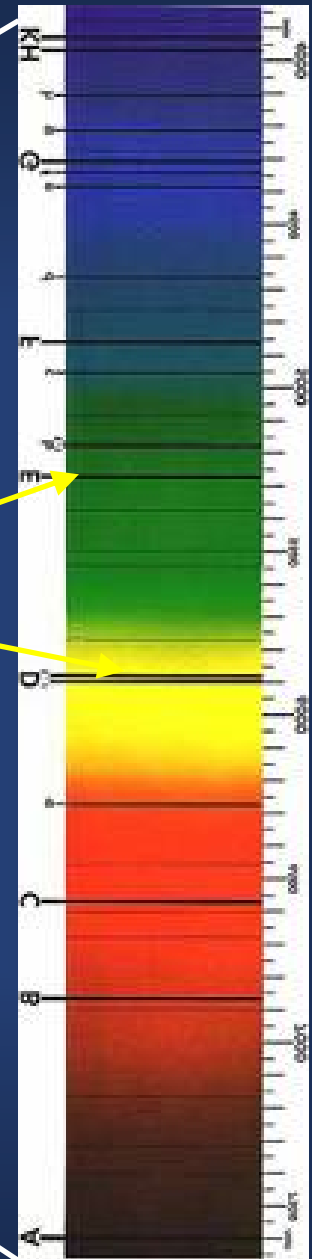


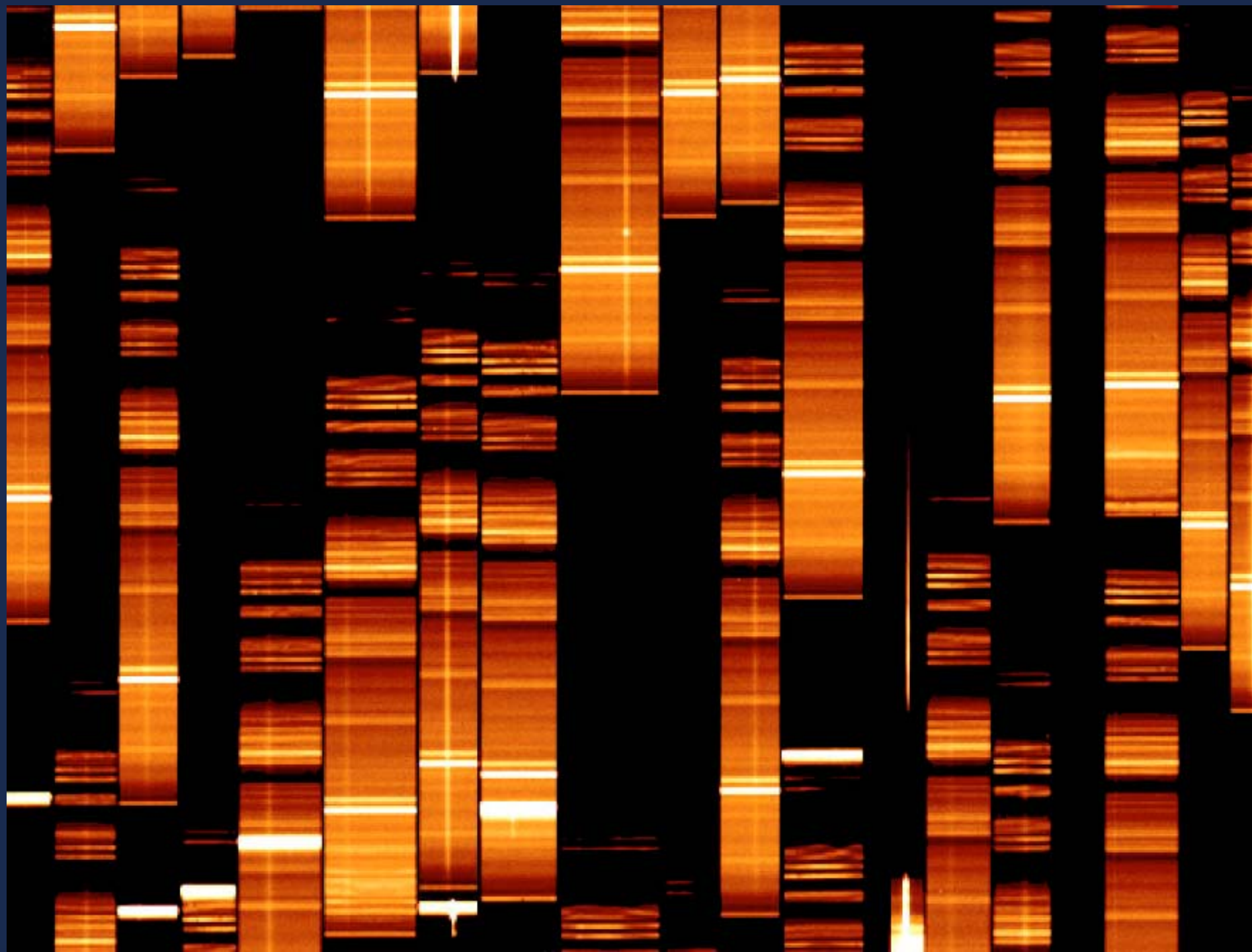


光をプリズムに通すと



吸収線

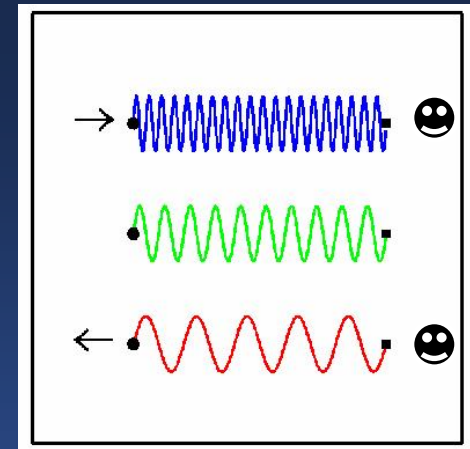




赤方偏移

ドップラー効果

原子による吸収線



400nm

500nm

600nm

700nm

H α

A red shift of about 100 Å (10 nm) corresponds to a recessional velocity of about 24,000 km/hour, or about 15,000 mi/hour.

About a 100 Å shift



400nm

500nm

600nm

700nm

H α

A larger red shift, here about 760 Å (76 nm) corresponds to a recessional velocity of about 135,000 km/hour, or about 84,000 mi/hour.

About a 760 Å shift



400nm

500nm

600nm

700nm

H α

静止系

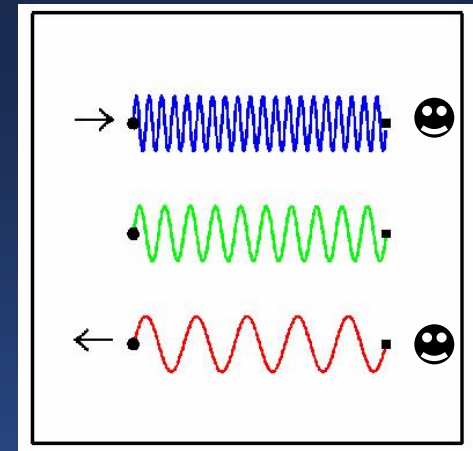
$v=24000\text{km/h}$

$v=135000\text{km/h}$

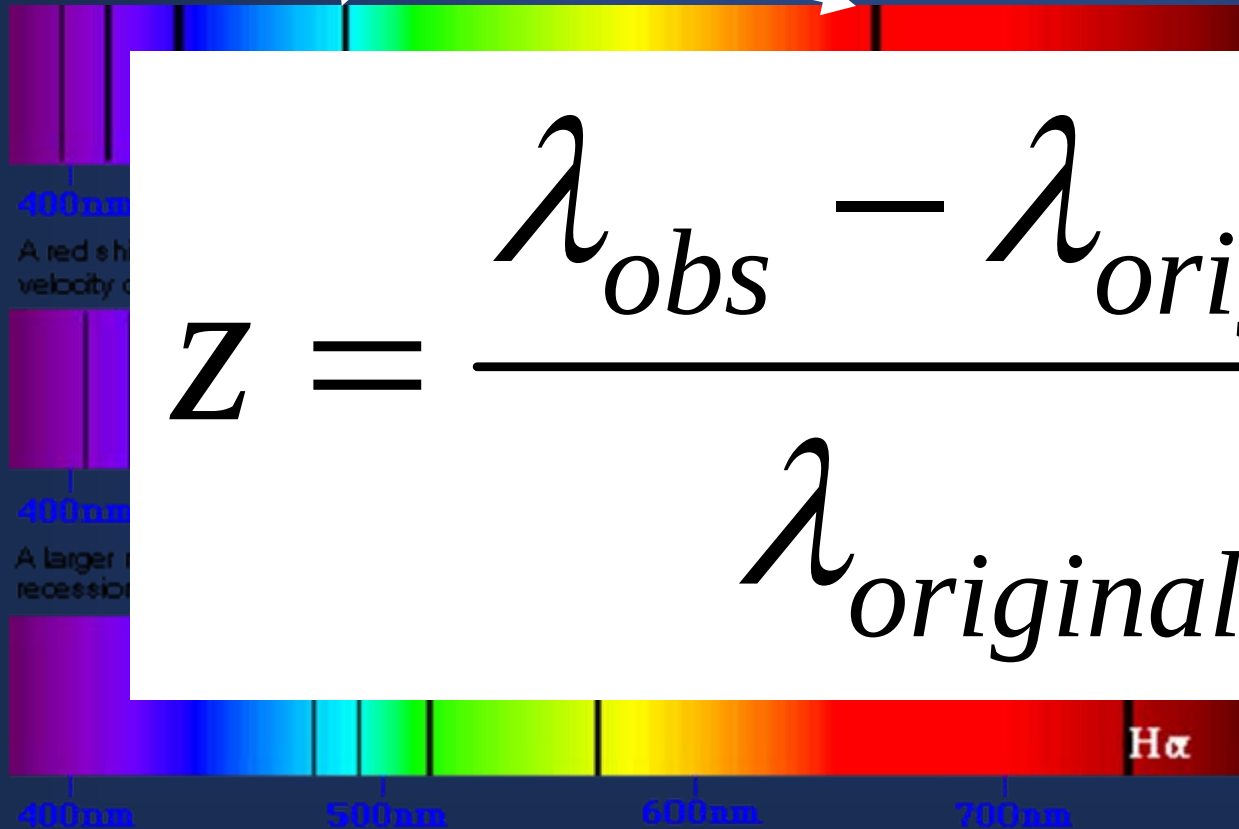
赤方偏移

ドップラー効果

原子による吸収線



$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{original}}{\lambda_{original}}$$



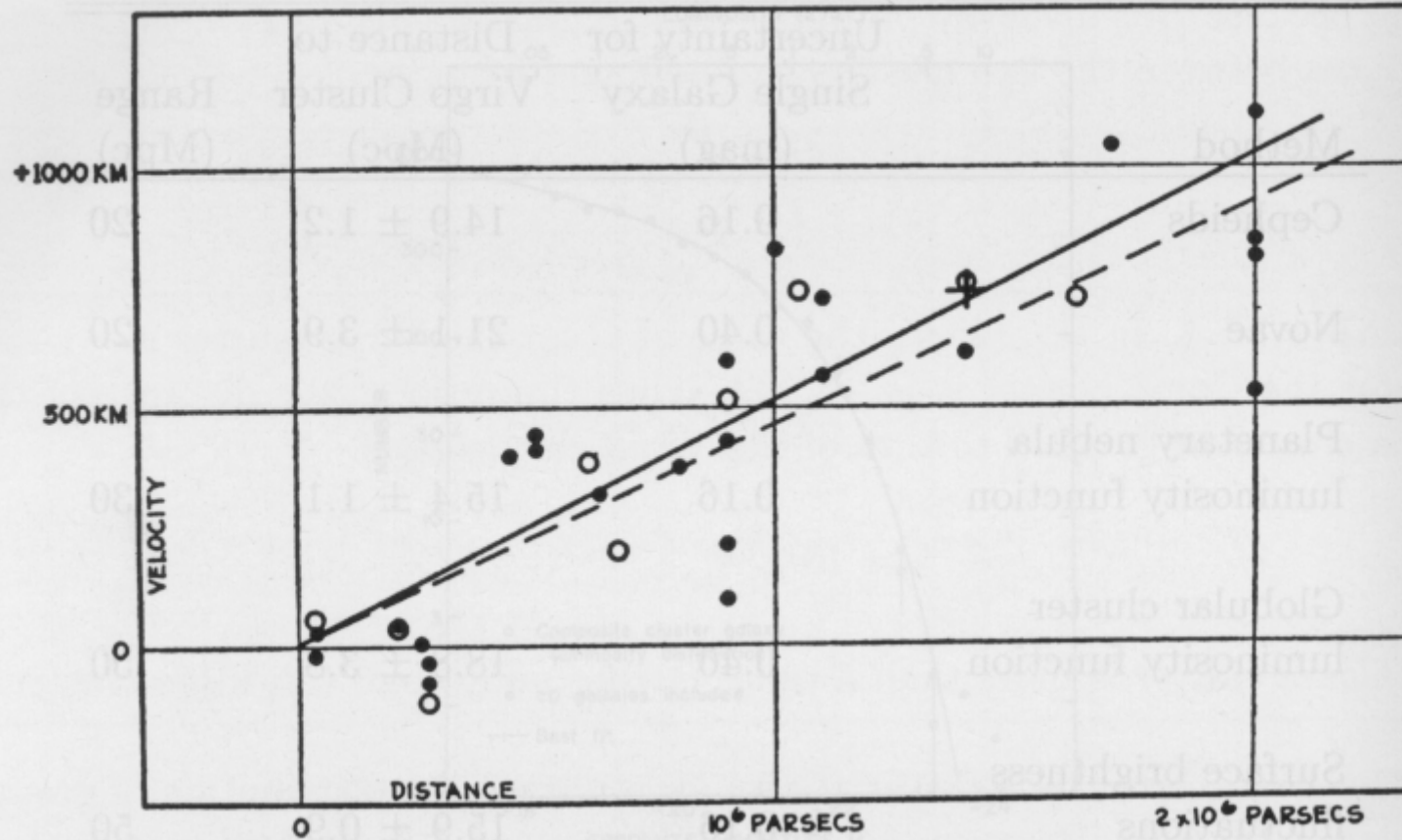
系

0km/h

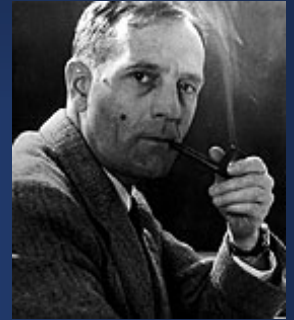
V=135000km/h



遠い銀河ほど速く遠ざかる！



近傍銀河のスペクトルの
赤方偏移—距離を測定



$$v = H_0 d = cz$$

後退速度＝ハッブル定数×距離



宇宙膨張

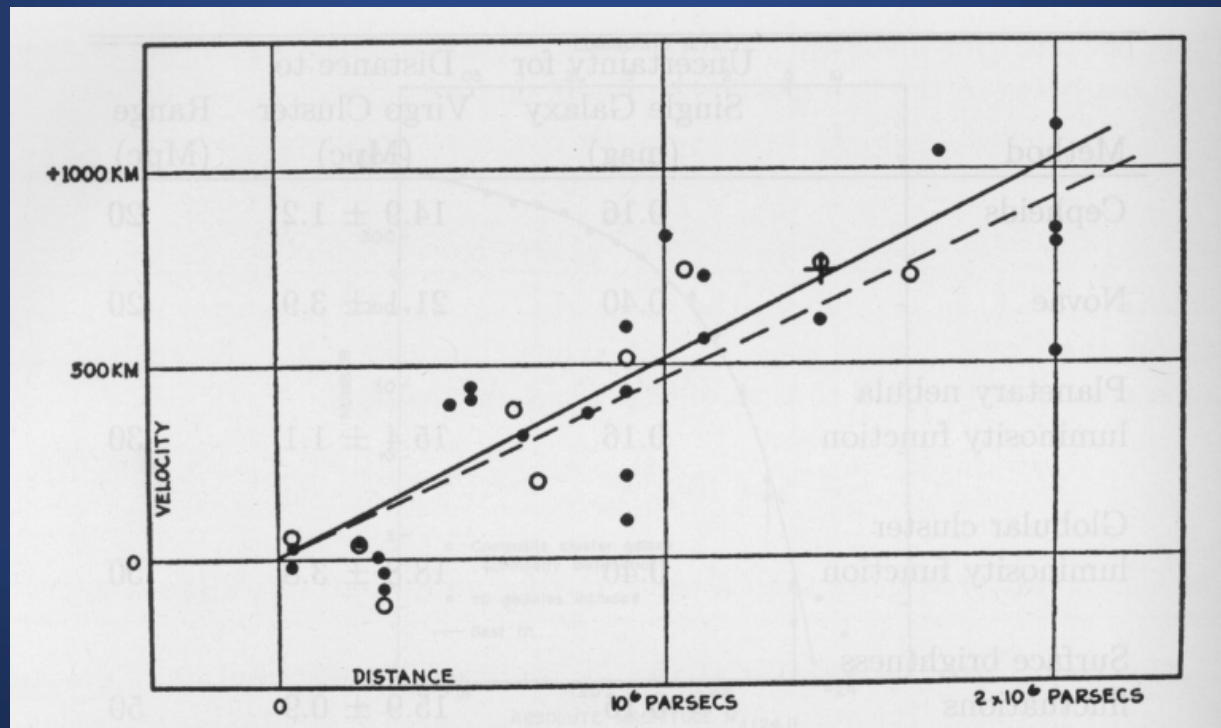
宇宙膨張

近傍銀河のスペクトルの
赤方偏移—距離を測定



E. Hubble
1889–1953

速度



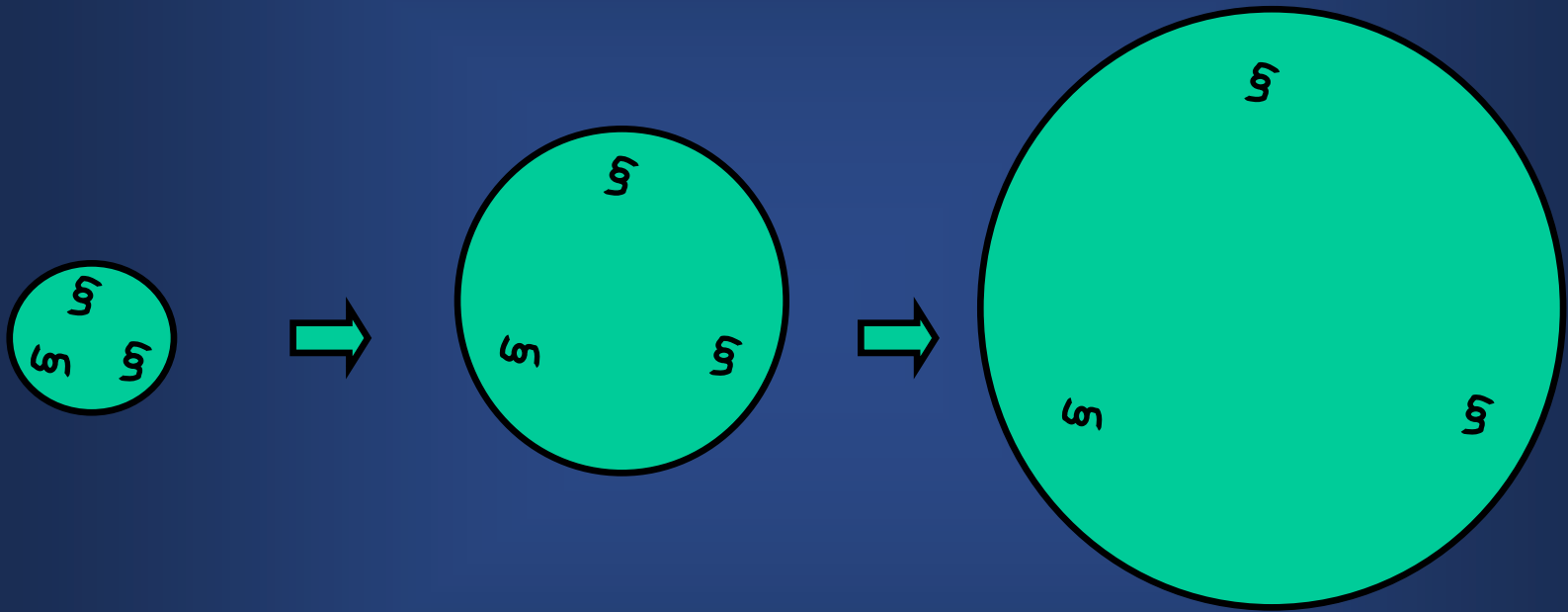
距離

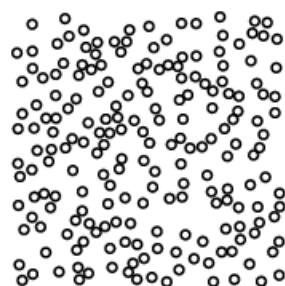


遠い銀河ほど速く遠ざかる！



宇宙は膨張している！





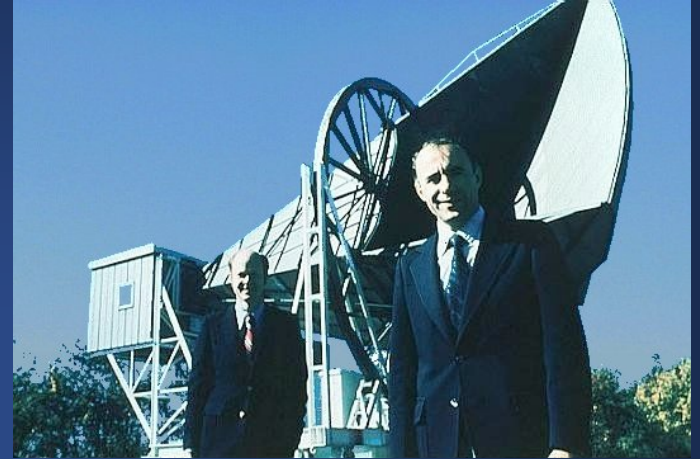


ビッグバン

- 137億年前、宇宙は高温高密度の火の玉だった。
- 火の玉の始まりをビッグバン(大爆発)という。
- 始まって約3分の間に水素やヘリウムができた。

宇宙マイクロ波背景輻射(CMB)

1965年、Penzias & Wilsonは
宇宙のあらゆる方向からやっ
てくる熱的な電波ノイズを発見



黒体輻射 $T \sim 2.7\text{K}$ (50~500 GHz) Penzias & Wilson '67

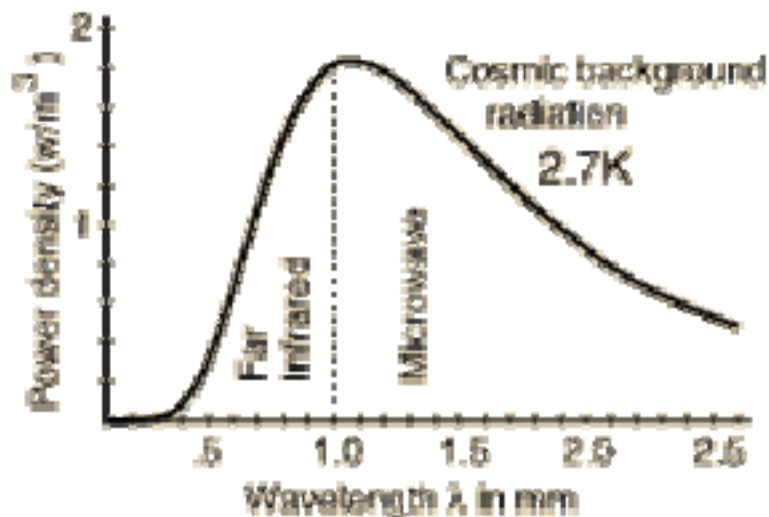
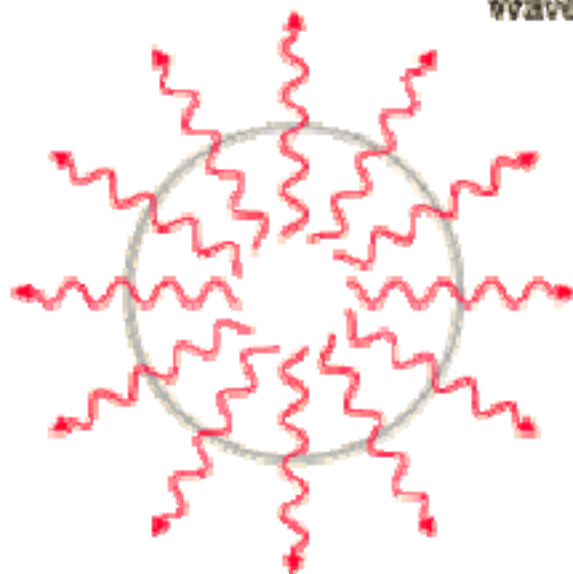
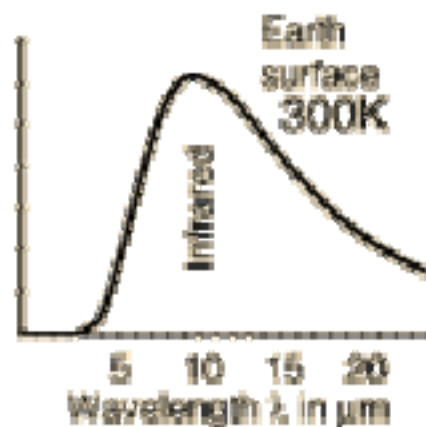
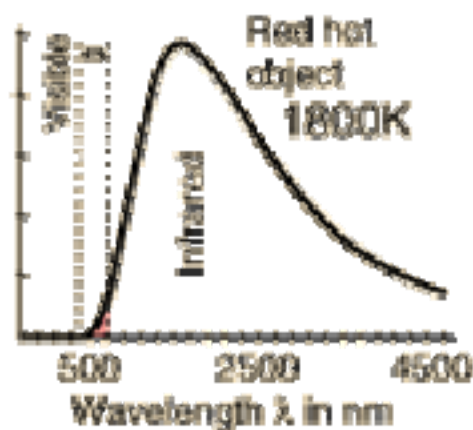
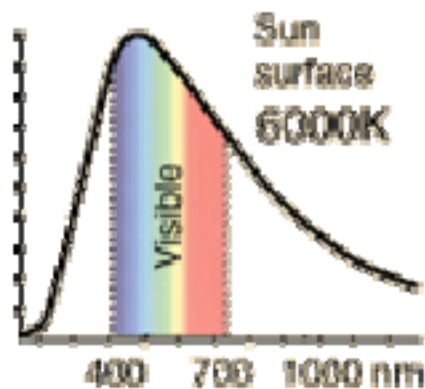


1978年度 ノーベル賞

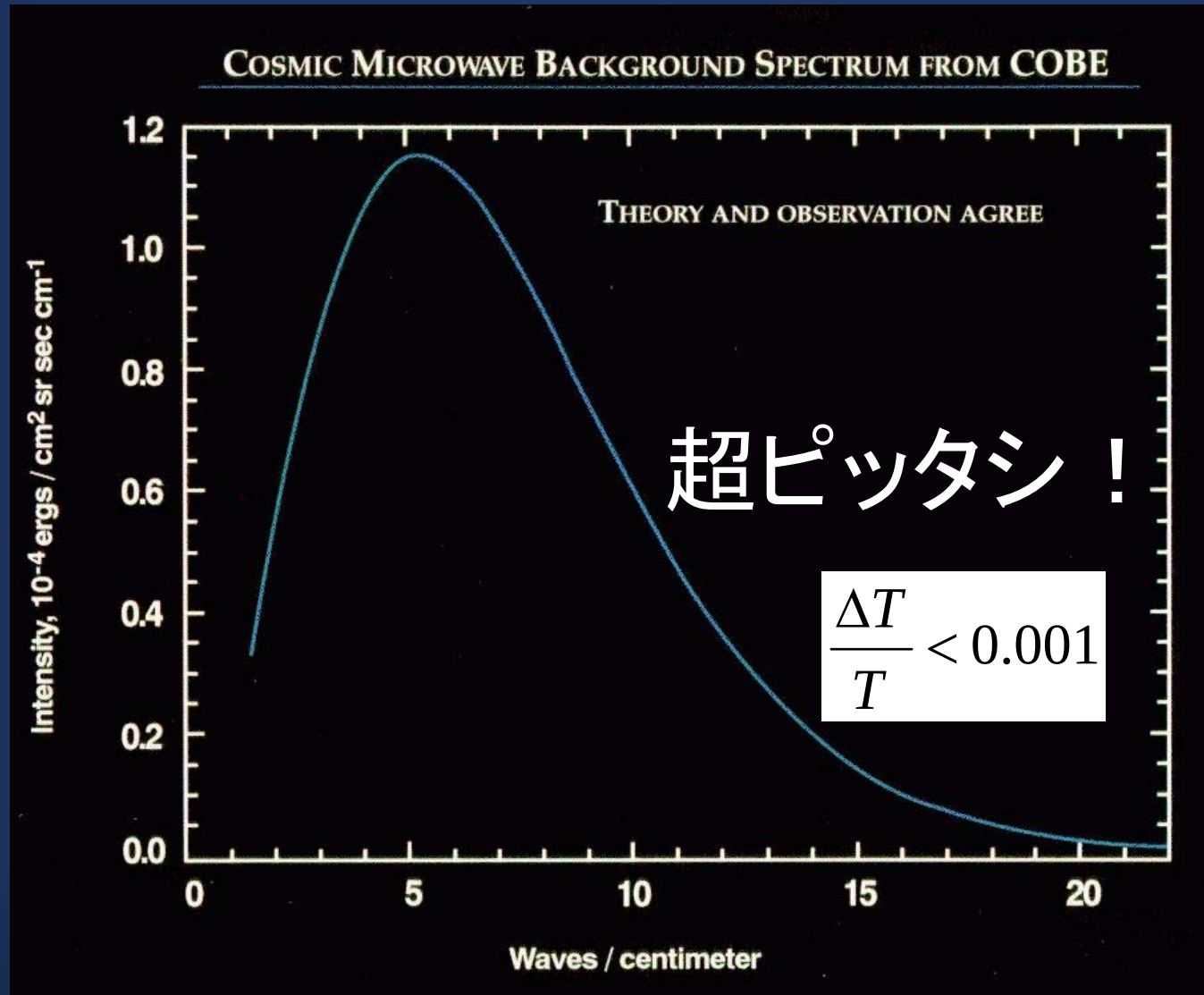
宇宙は過去プラズマ状態(熱平衡)だった。
電子と光子が頻繁に衝突

黒体放射のスペクトル

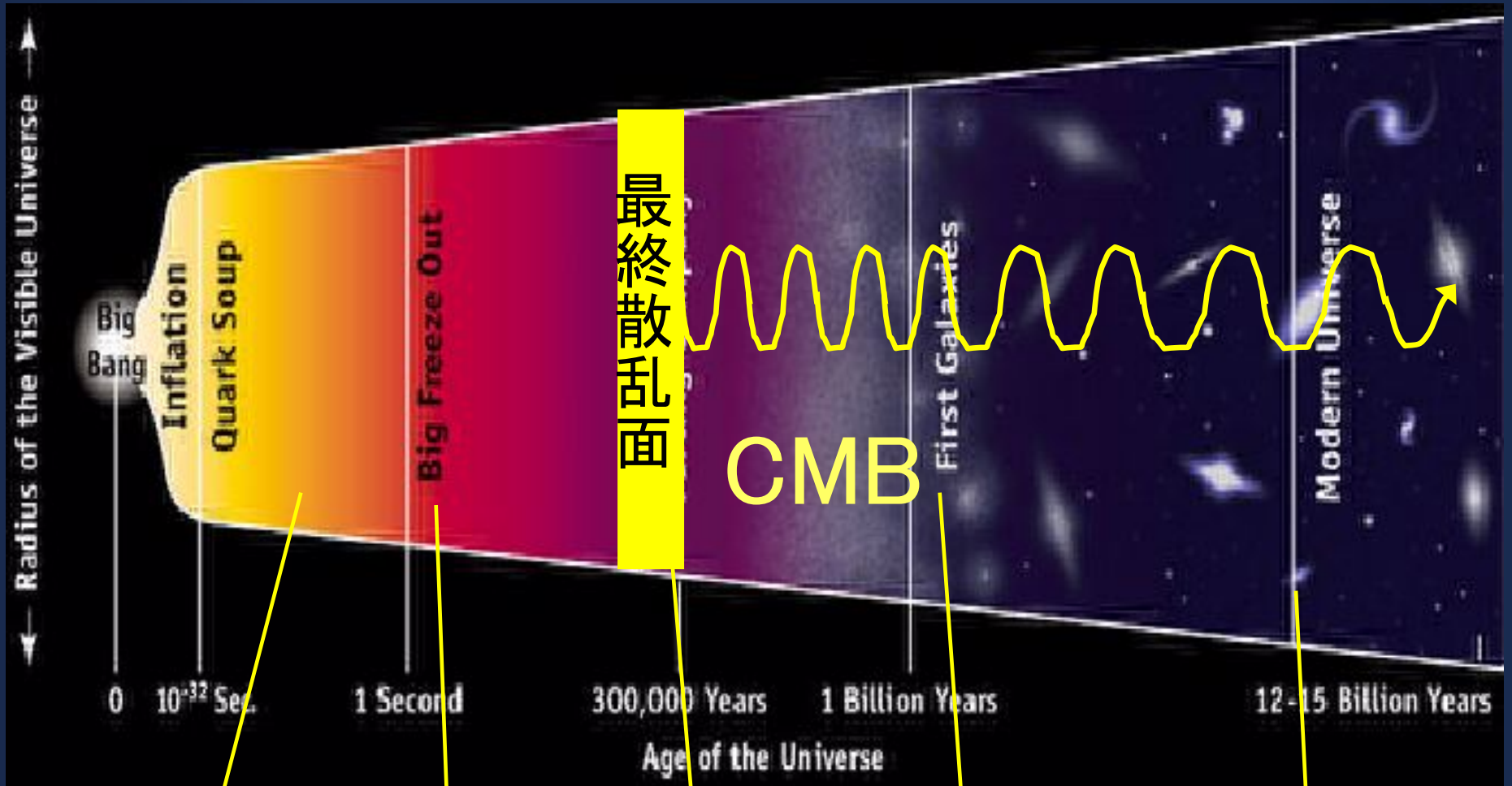
=なかなか出て来られない光(熱平衡状態)の強度分布



CMBのスペクトル 絶対温度 $T \sim 2.723\text{K}$



宇宙の進化



クォークハドロン
相転移

軽元素合成

宇宙の晴れ
上がり

初期天体の形成

現在

CMBの温度揺らぎ

- CMBの温度分布は非常に等方的

 宇宙の(一様)等方性を証明

- CMB温度は方向によってわずかに違う
(COBE衛星によって発見！)

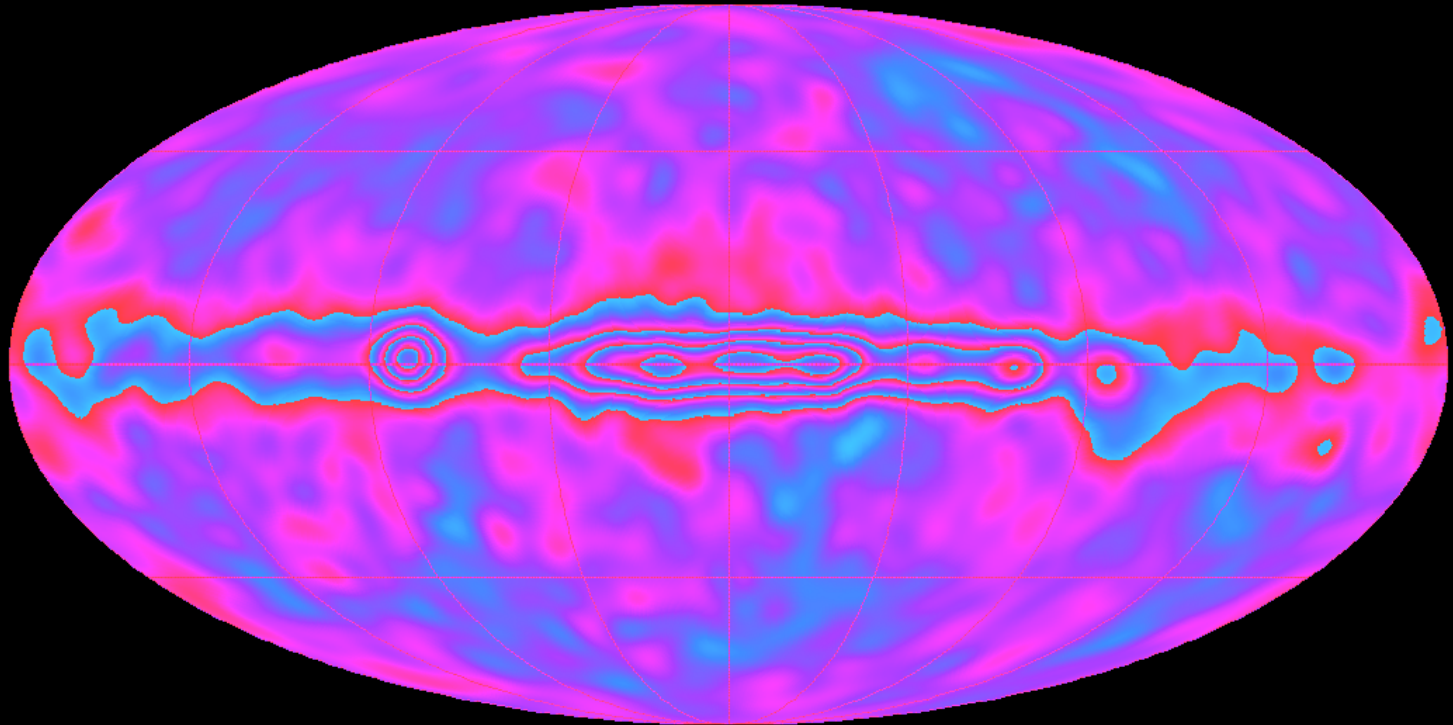
 宇宙の構造の「種」の証明



宇宙には「揺らぎ」が存在していた。

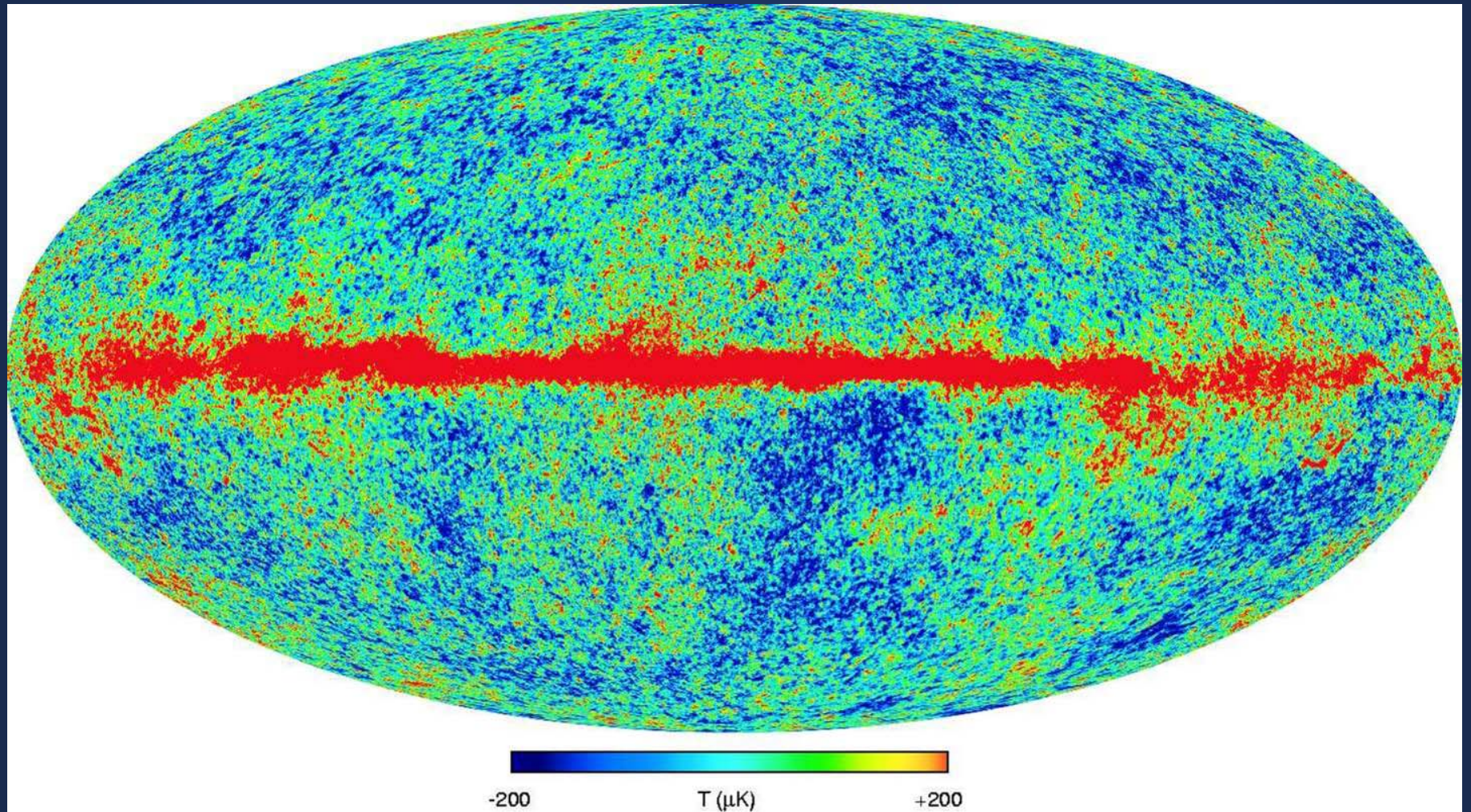
COBE (1992–1996) がみたCMB温度揺らぎ

2 YR PASS 2 SMOOTHED 53+90 (A+B)/2



- .1600 - .0960 - .0320 0.0320 0.0960 0.1600

WMAP (2003-) がみたCMB温度揺らぎ



温度ゆらぎはなぜ重要か？

- 背景時空の情報が分かる。(線形摂動論が使える。)
- 初期宇宙の情報が分かる。(ゆらぎの統計、パワー)



インフレーションシナリオの予言と一致
(ガウス性、スケールフリー、平坦)

温度ゆらぎはなぜ重要か？

- 背景時空の情報が分かる。(線形摂動論が使える。)
- 初期宇宙の情報が分かる。(ゆらぎの統計、パワー)

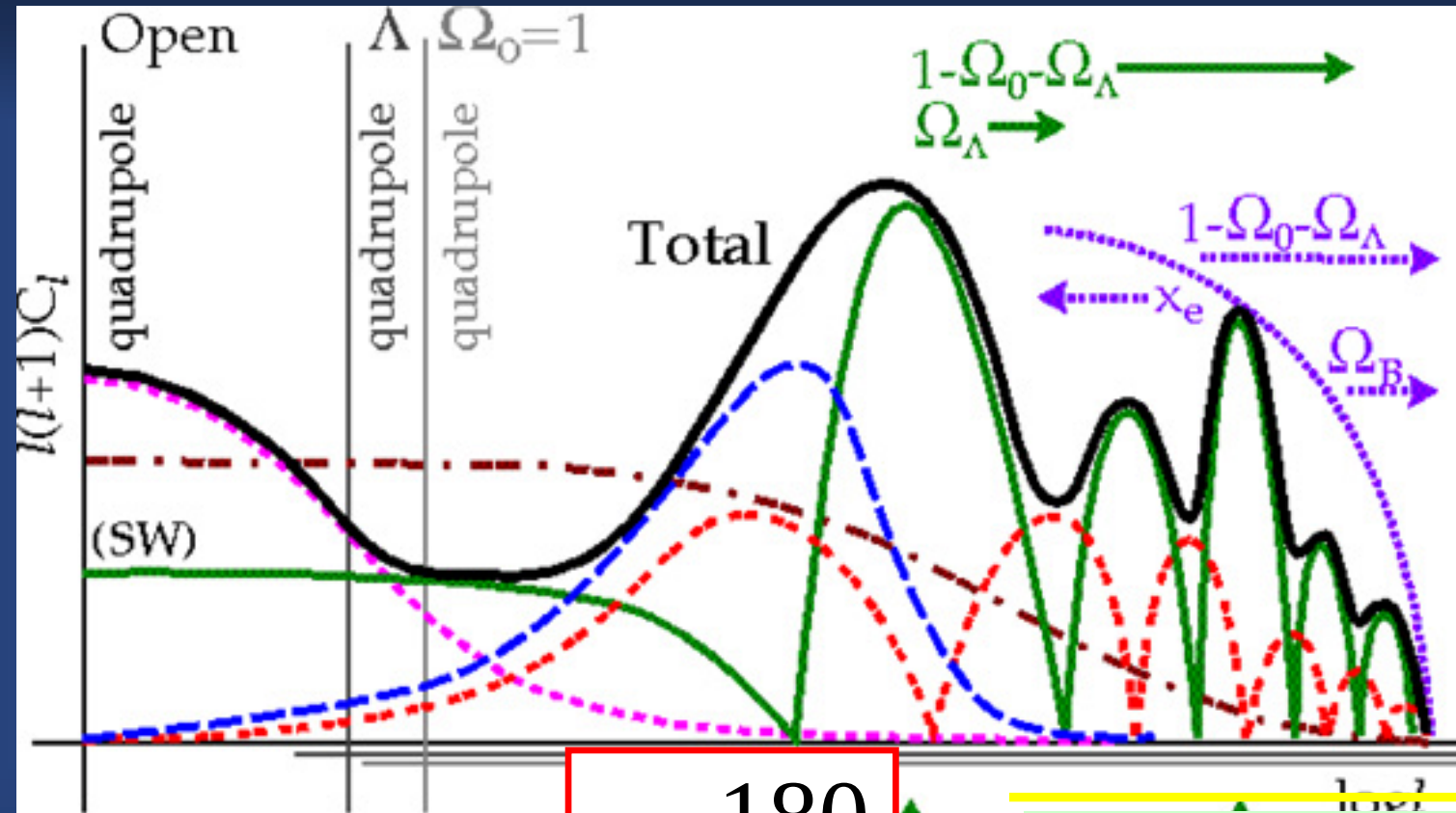


2006年度
ノーベル賞
Smoot&Mather

宇宙が奏でる音楽



角度パワースペクトル



$$l = \frac{180}{\theta^\circ}$$

1/角度

- Late ISW
- Redshift Ψ
- Early ISW
- Effective Temp $\Theta + \Psi$
- Acoustic Velocity
- Diffusion Cut off

温度揺らぎから分かったこと

- 宇宙の年齢
- 宇宙の(みえてる)大きさ
- 宇宙の密度
- 空間の曲率
- 初期揺らぎの大きさ

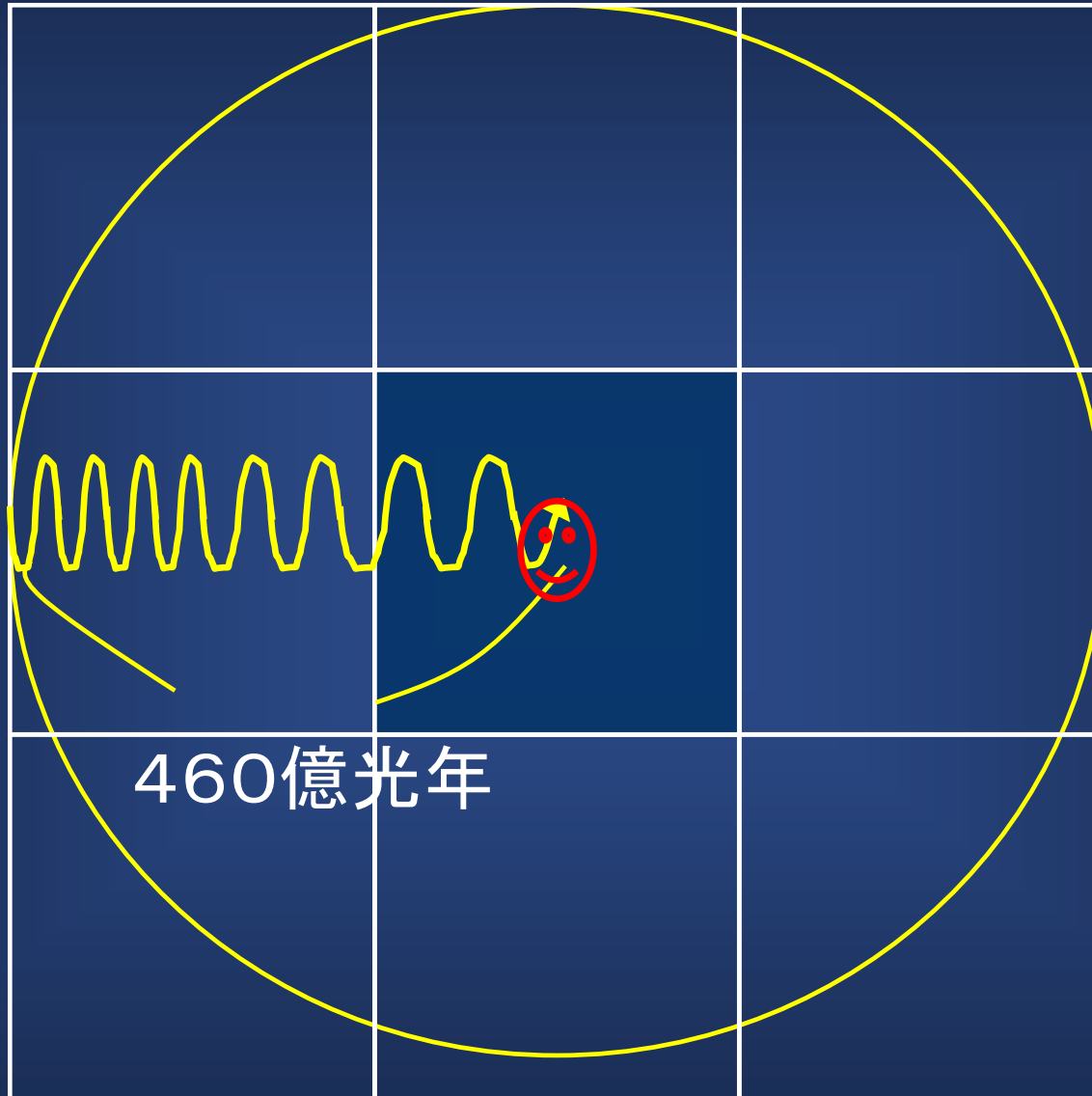


宇宙のトポロジーも！

観測によるトポロジーの制限

光は空間を何回回るか？

最終散乱面



460億光年

宇宙のトポロジーの測定法

- A:天体の周期構造(「虚像」) 有限性
- B:揺らぎの相関関数の減少 有限性
- C:揺らぎの非等方性 非一様非等方性

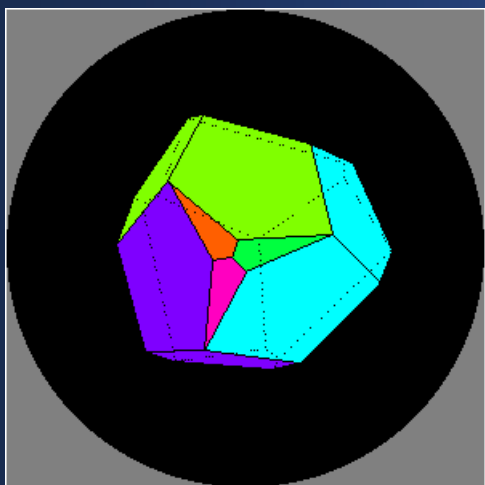
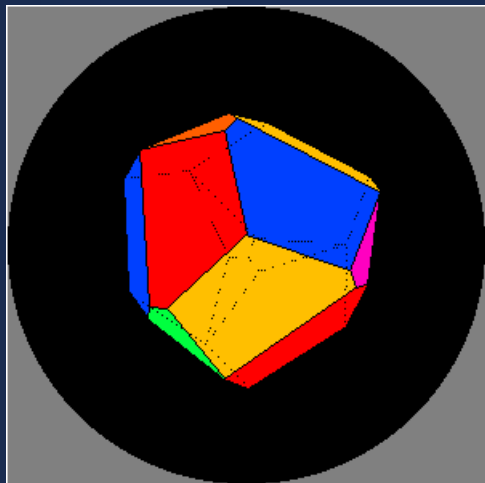
$N = (\text{観測可能な領域の体積} / \text{基本領域の体積})$

$N > 1$ 小 $N < 1$ 大 $N = 0$ 無限

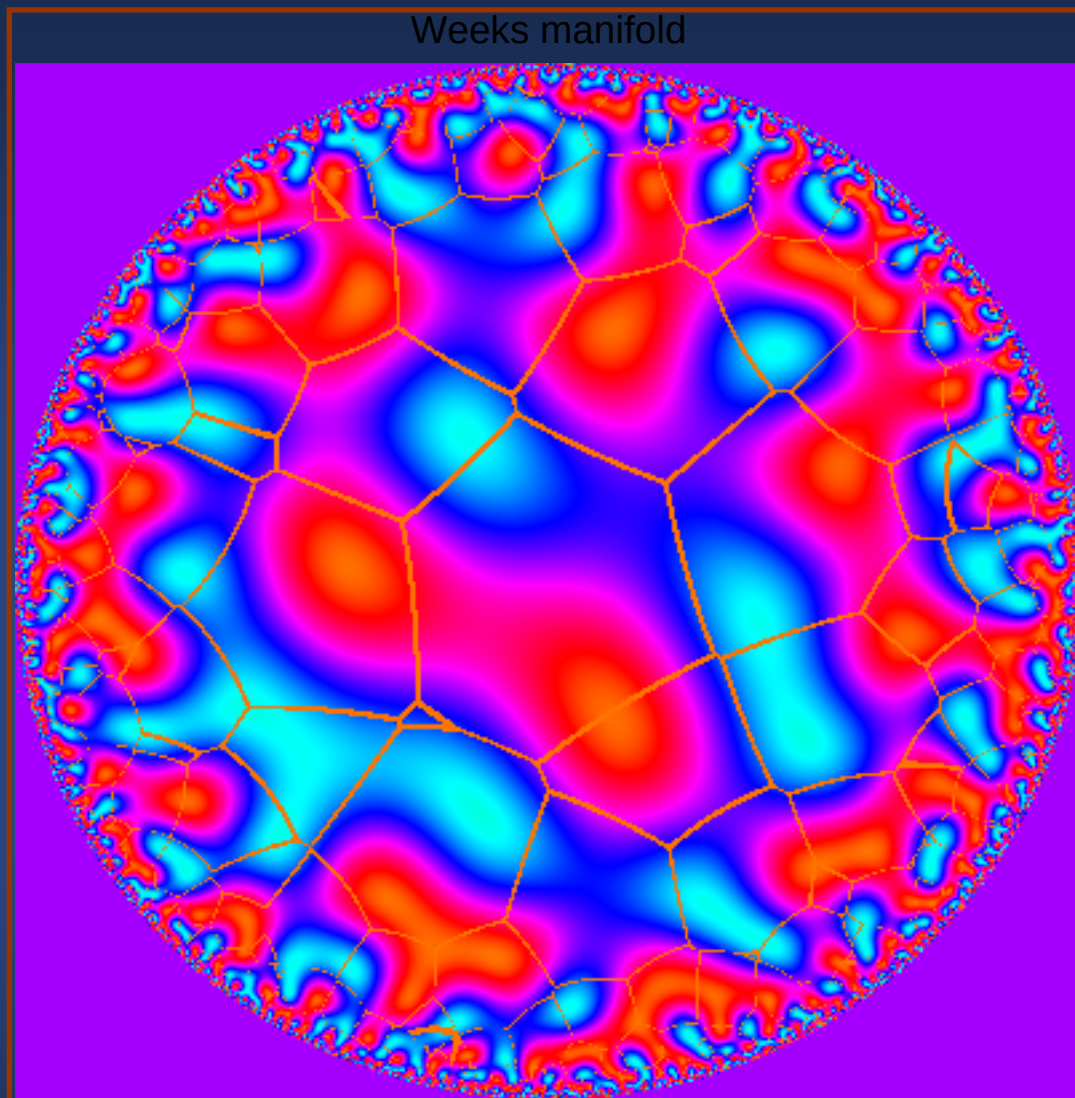
観測方法

✧宇宙マイクロ波背景輻射(CMB)

✧遠方の銀河、銀河団、QSO



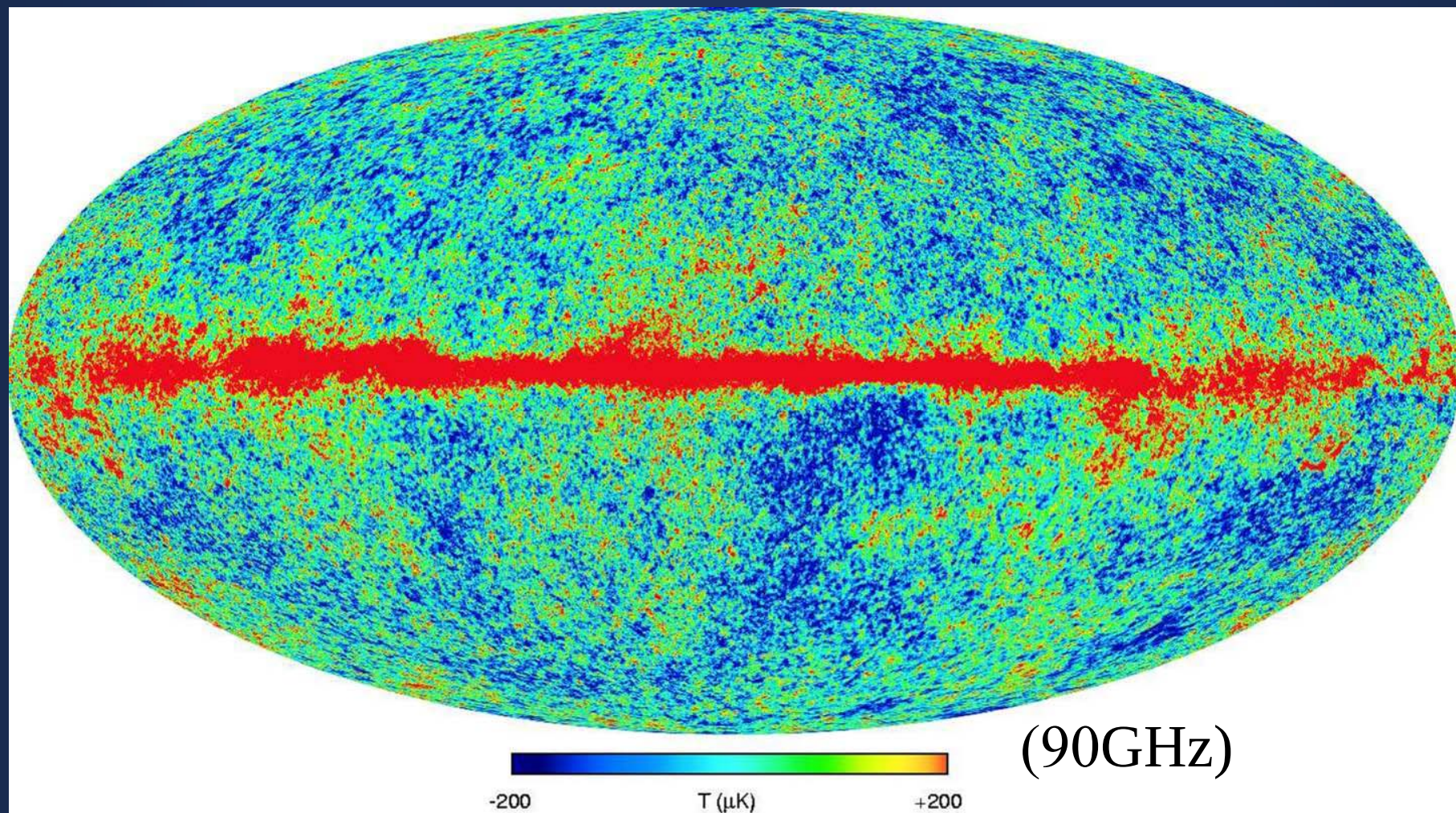
負曲率空間の基本領域



基底状態の揺らぎの振幅

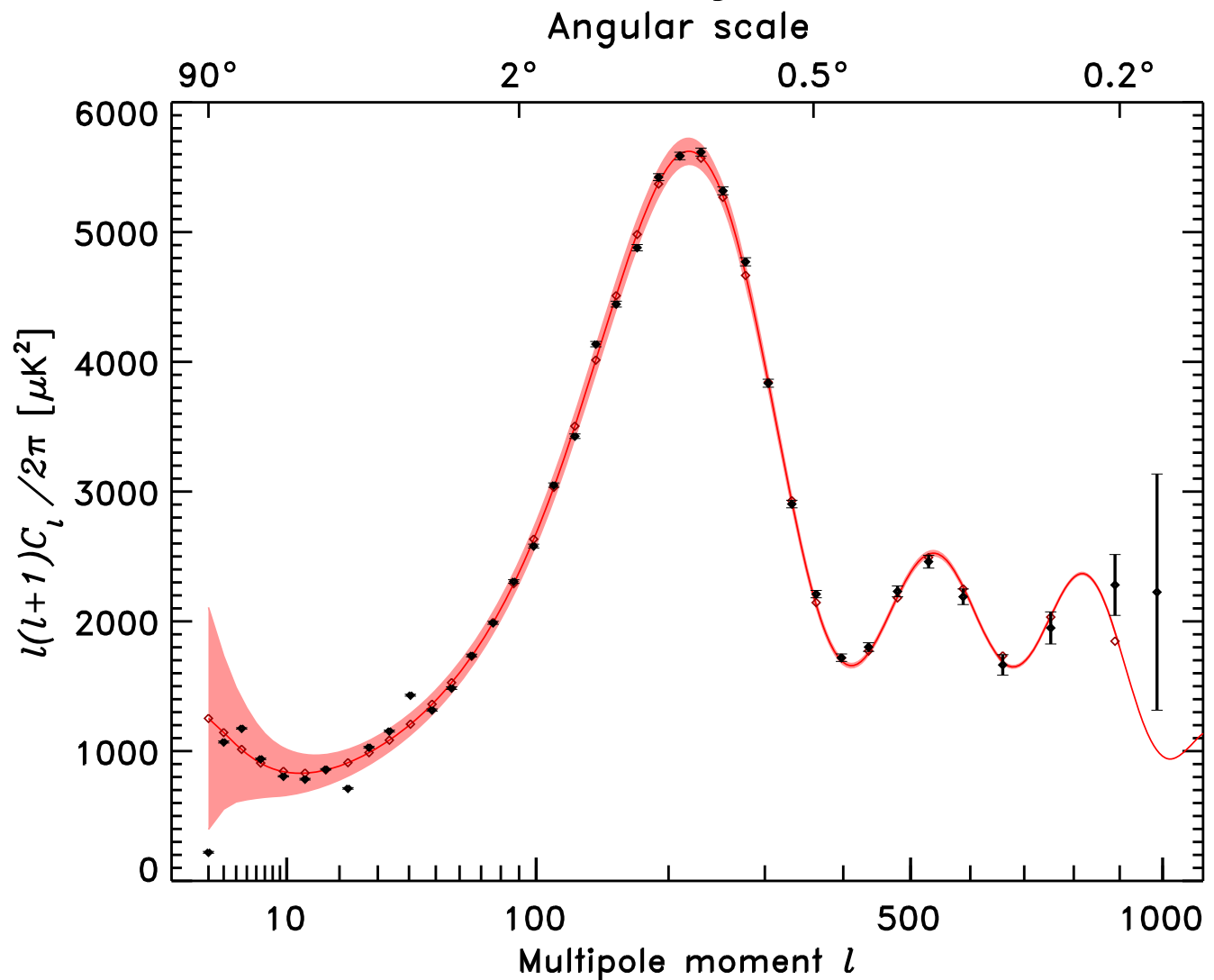
(Inoue 2001)

WMAPがみたCMB温度揺らぎ

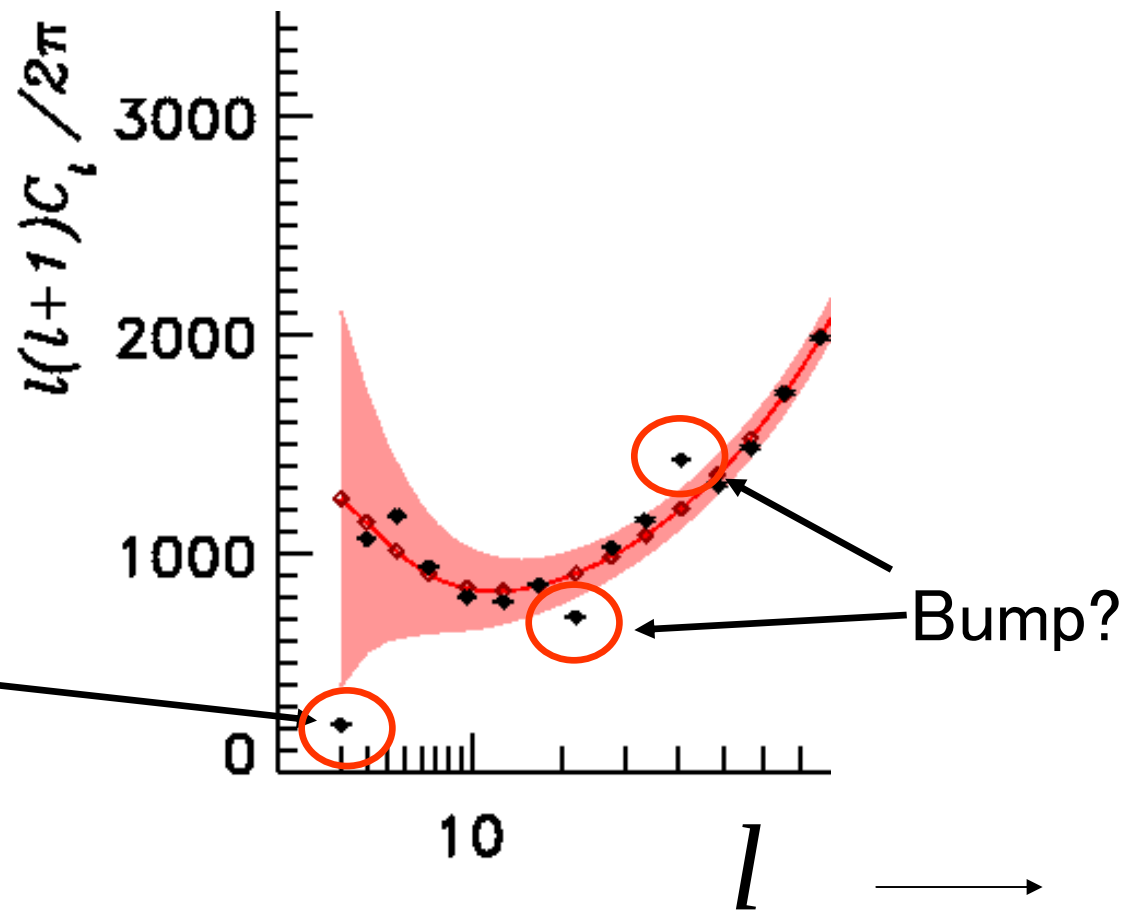


WMAP 3rd year data

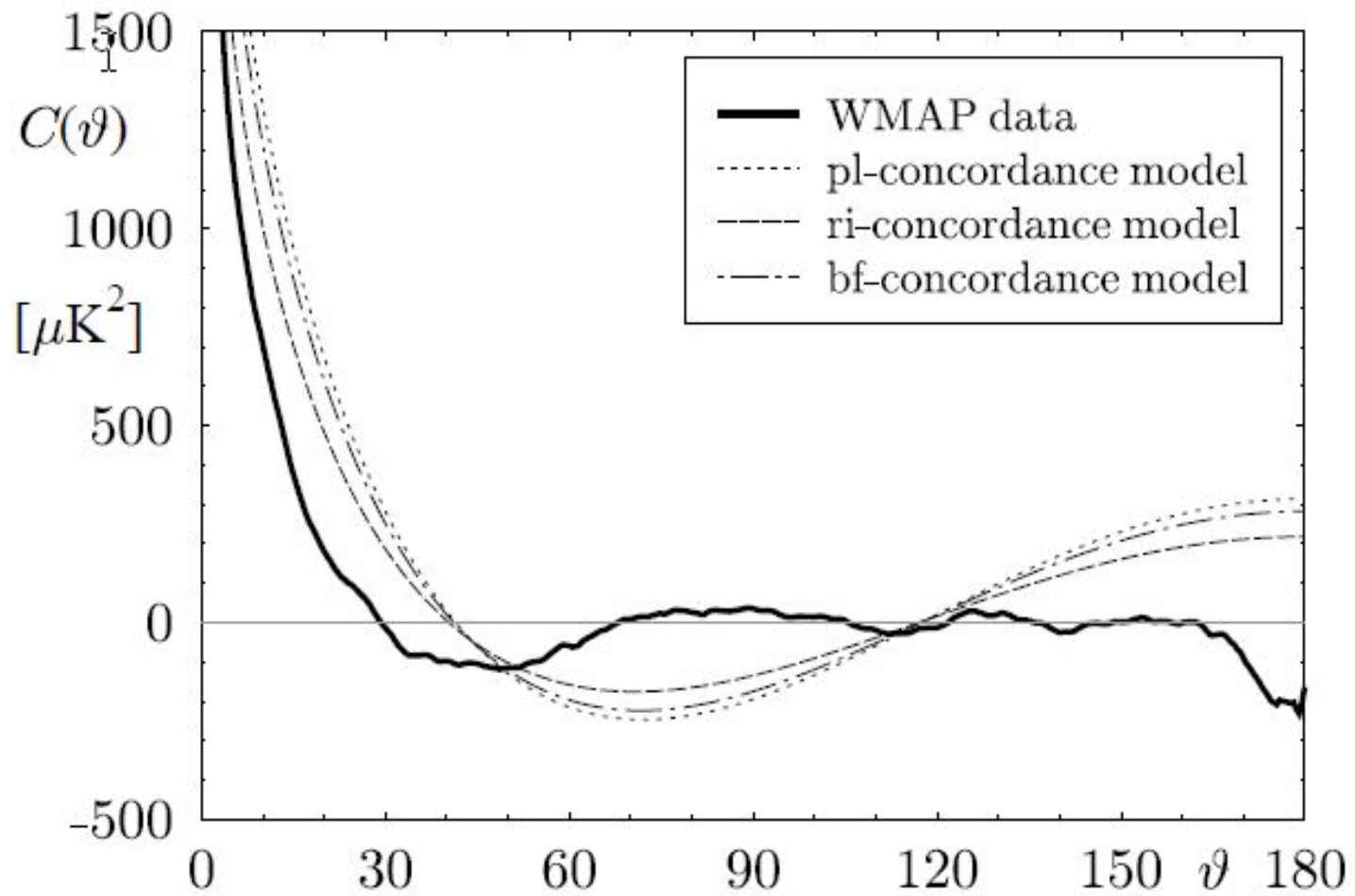
角度パワー



Quadrupole
 $l=2$



CMB温度揺らぎの相関関数



“うれしい”知らせ

- 少しだけ正の曲率かもしれない($\sim 1\sigma$)

$$\Omega_{\text{tot}} = 1.02 \pm 0.02$$

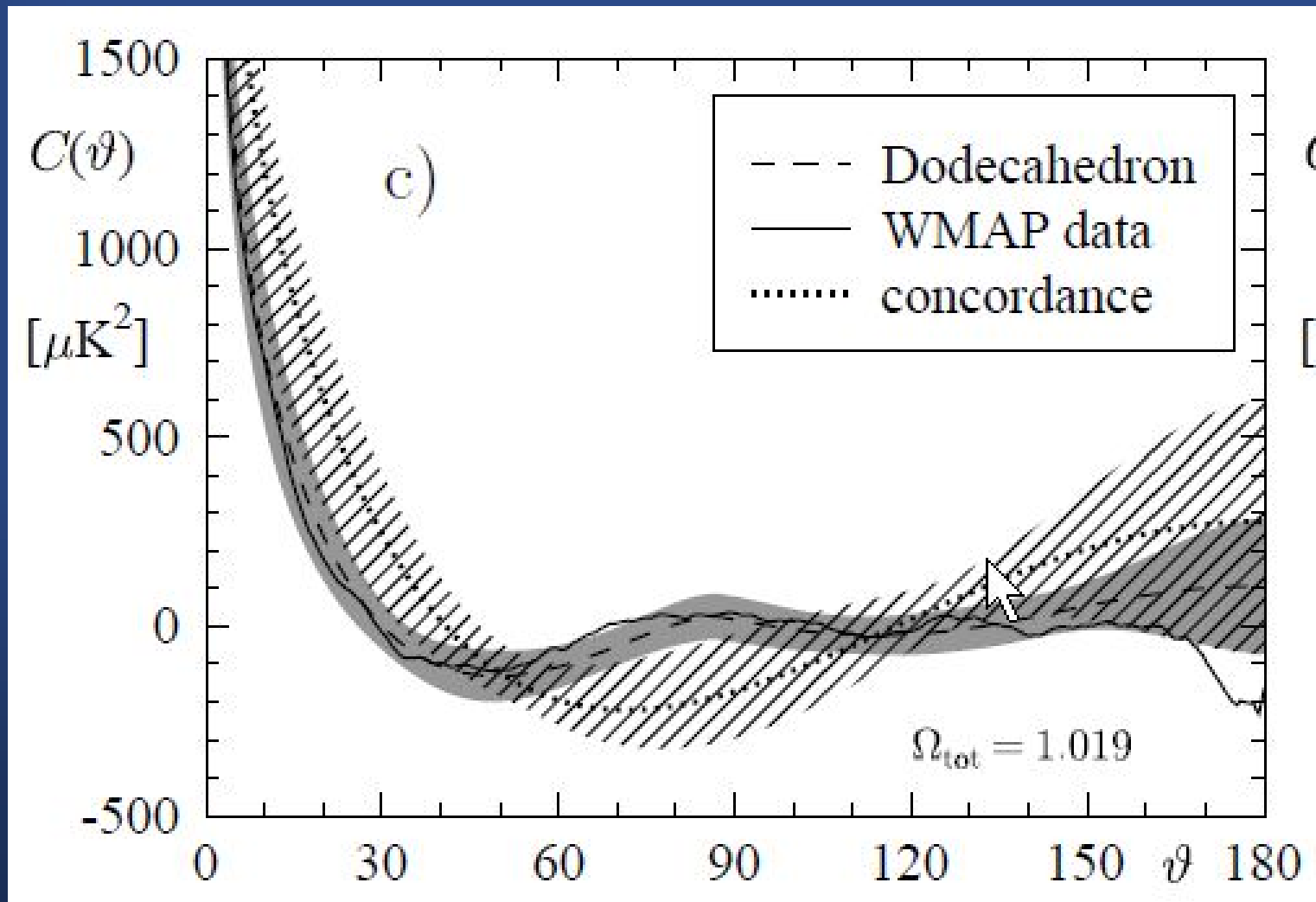
$$R_{\text{hor}} = 0.47 R_{\text{curv}}$$

- 大角度(> 60 度)のゆらぎが系統的に小さい。
($\sim 2\sigma$)



Poincare 正12面体モデル(PD)?
(Luminet et al 2003)
($N \sim O(1)$)

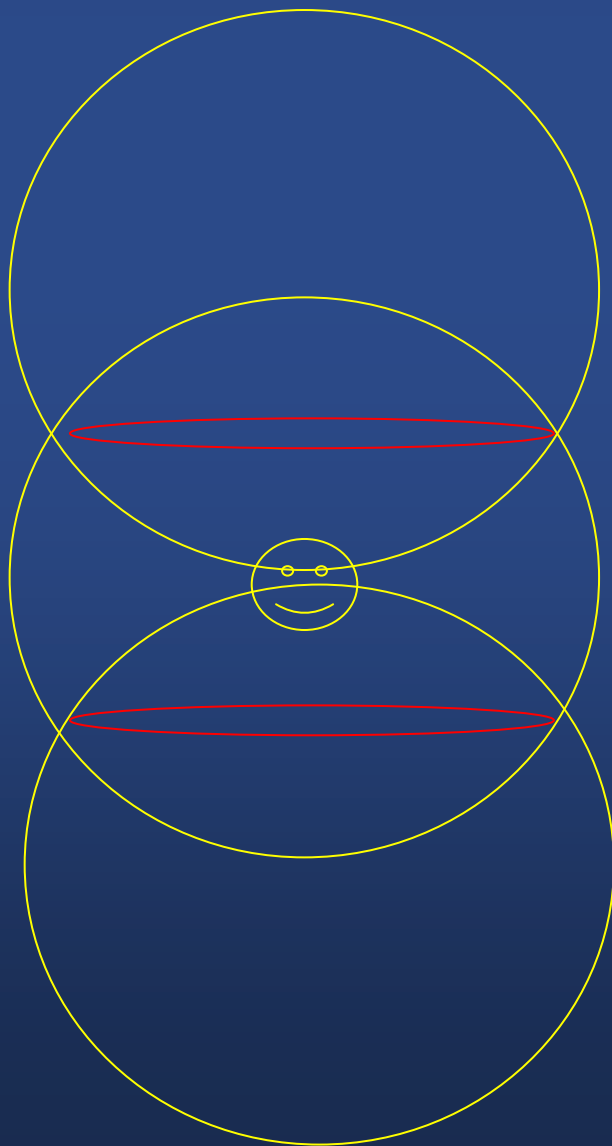
CMB温度揺らぎの相関関数



“悲しい”知らせ

- CMBに周期構造はみつからなかった。
(Cornish et al 2003)
- きちんと統計的に評価すると標準(無限で平坦)モデルは却下されない。
(Efstathiou, 2003)

「天の円」上の周期構造

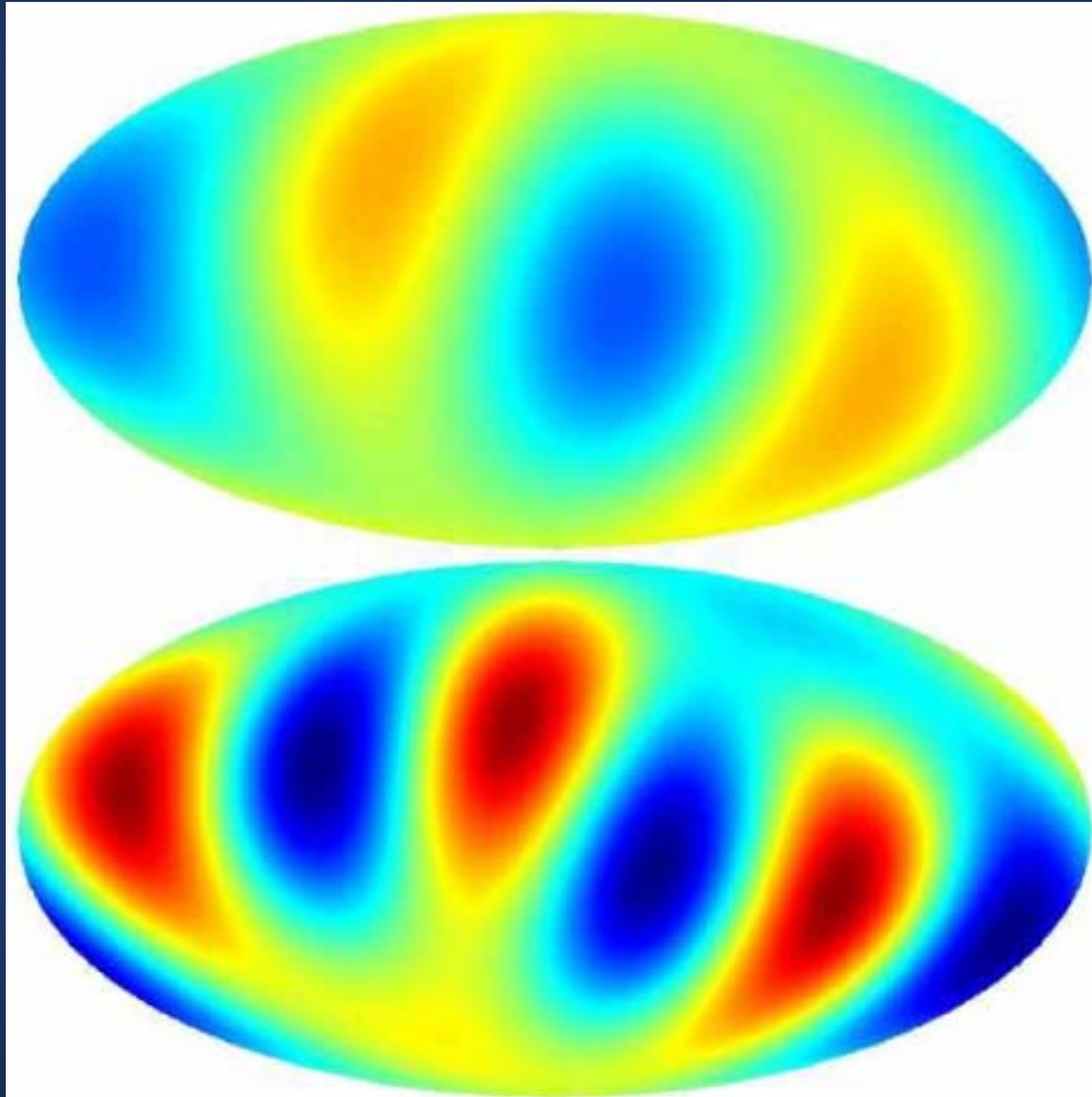


Cornish et al.
1998

その他の大角度異常

- 特定の向きを持っている。(alignment between $l=2$ & 3)
- “南”半球のゆらぎが系統的に大きい。
- 黄道面と向きが揃っている。
- Spherical wavelet 解析における
“コールドスポット”。

Axis of evils ?

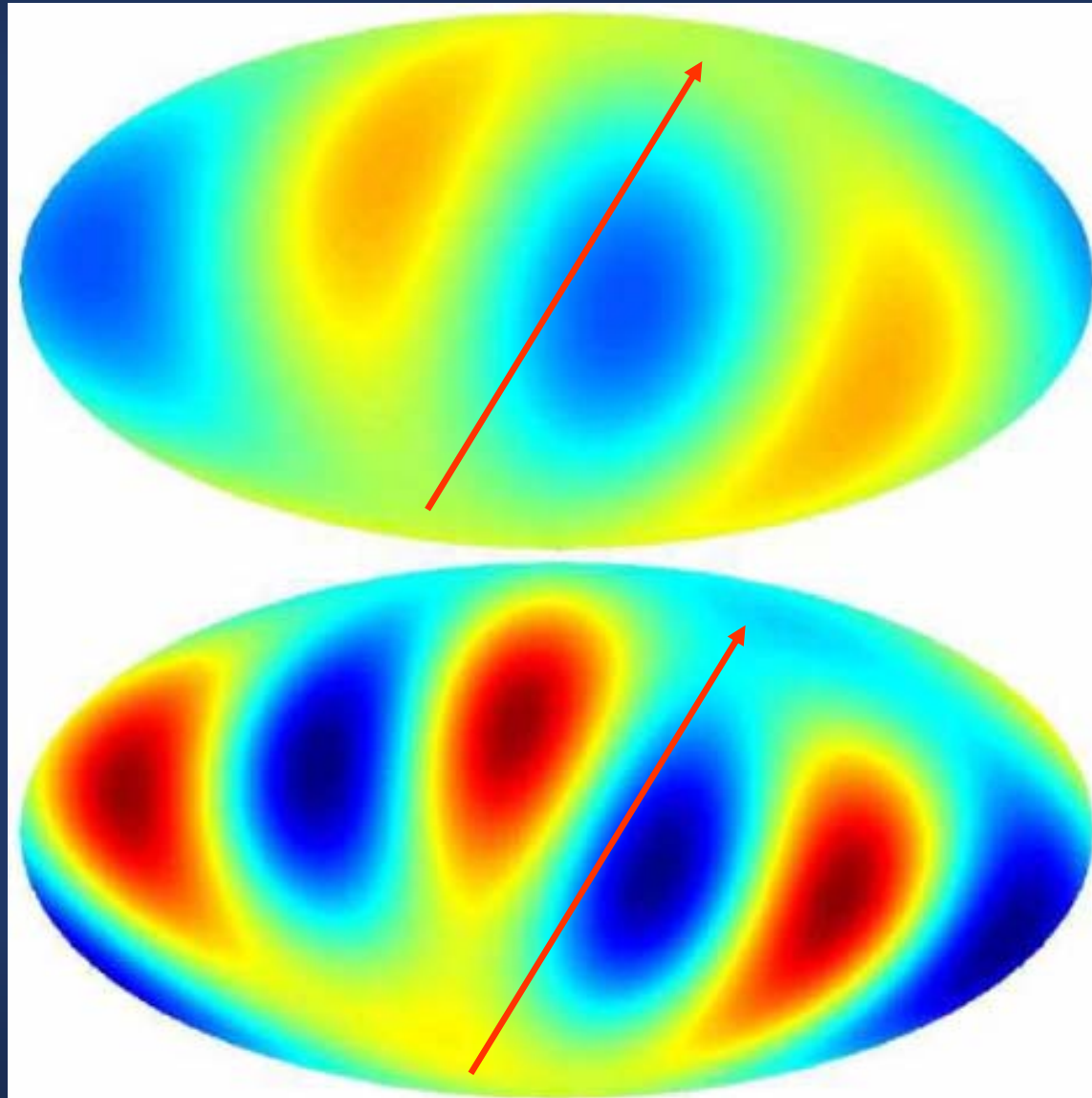


$l=2$

$l=3$

(Tegmark, et al, '03)

Axis of evils ?

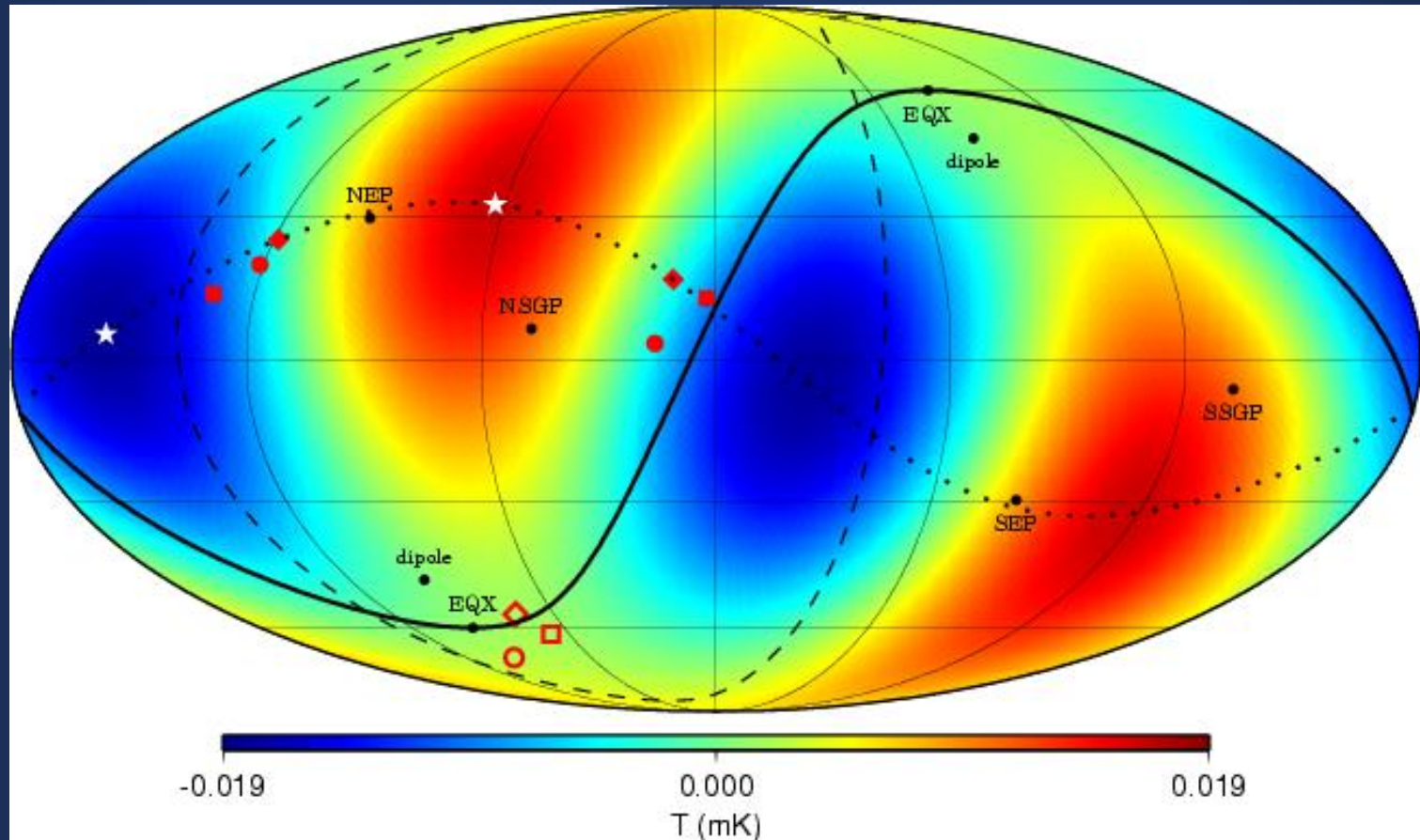


$l=2$

$l=3$

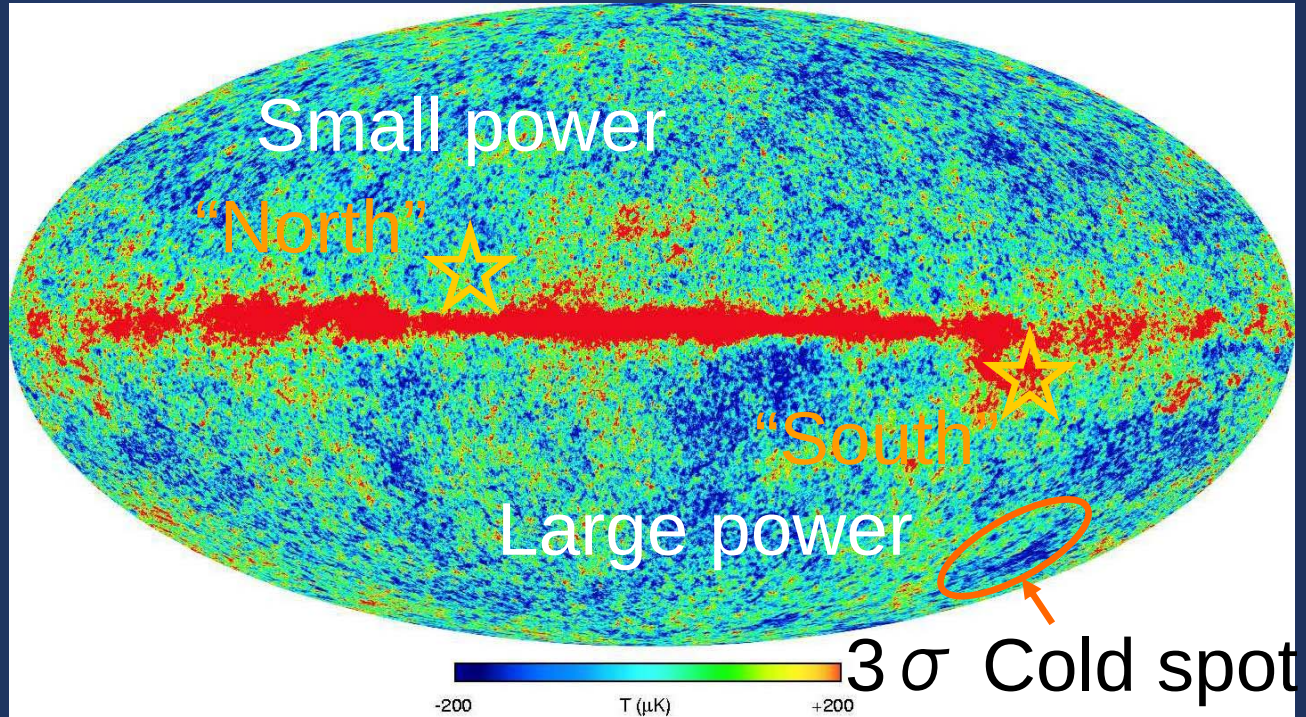
(Tegmark, et al, '03)

Alignment with ecliptic plane? $l=2$



(Copi et al, astro-ph/0508047)

CMB南北非对称性？



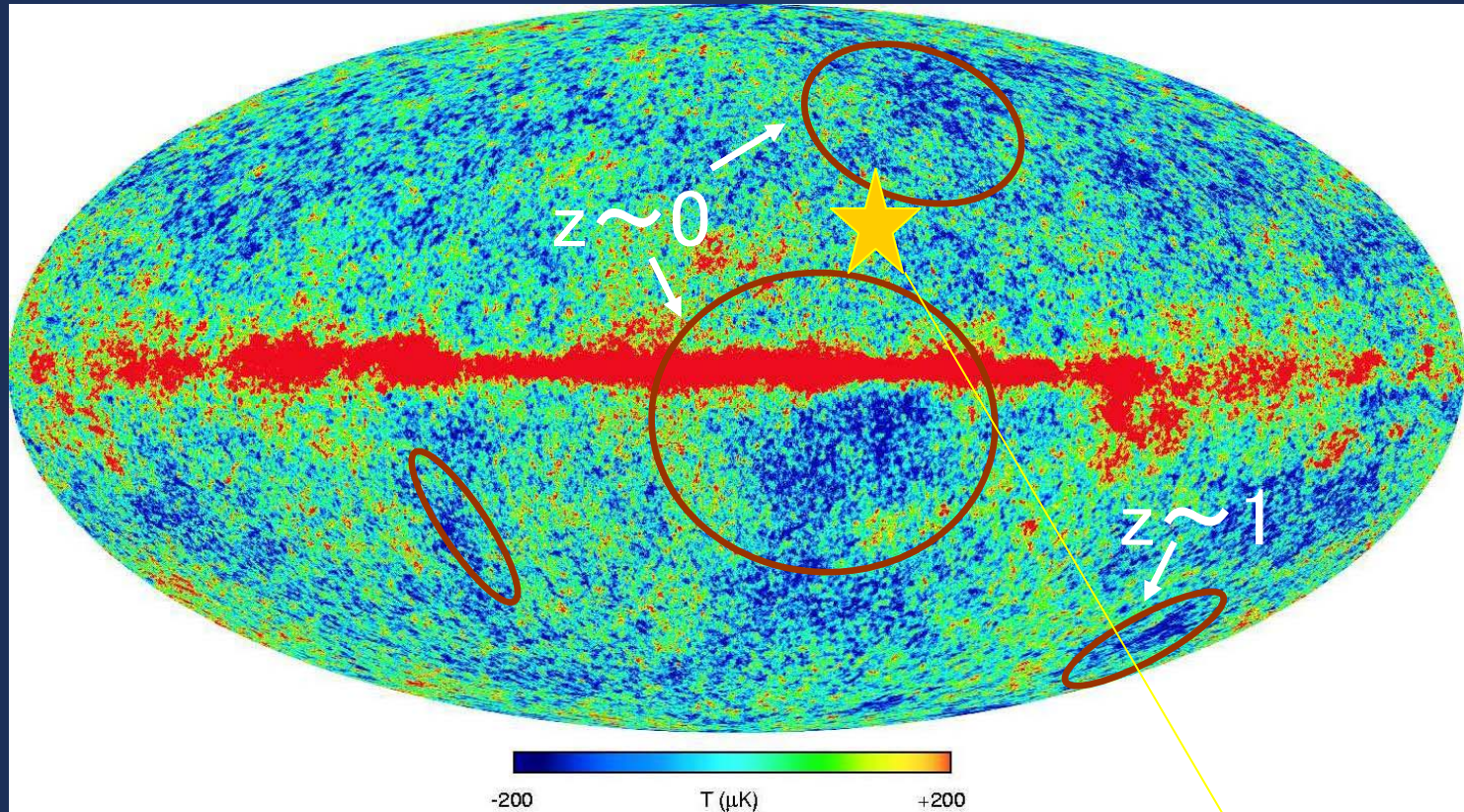
Eriksen et al. '03

North pole: $(l,b)=(57^\circ, 10^\circ)$

大角度異常とトポロジー

- 大角度パワーを下げるには「等方」的なトポロジーでなくてはならない。(PDなど)
(Inoue & Sugiyama 2003)
- そうするとその他の大角度異常を説明できない。
(Weeks & Gundermann 2007)
- コールドスポットなどのローカルfeatureはもっと
厳しい。

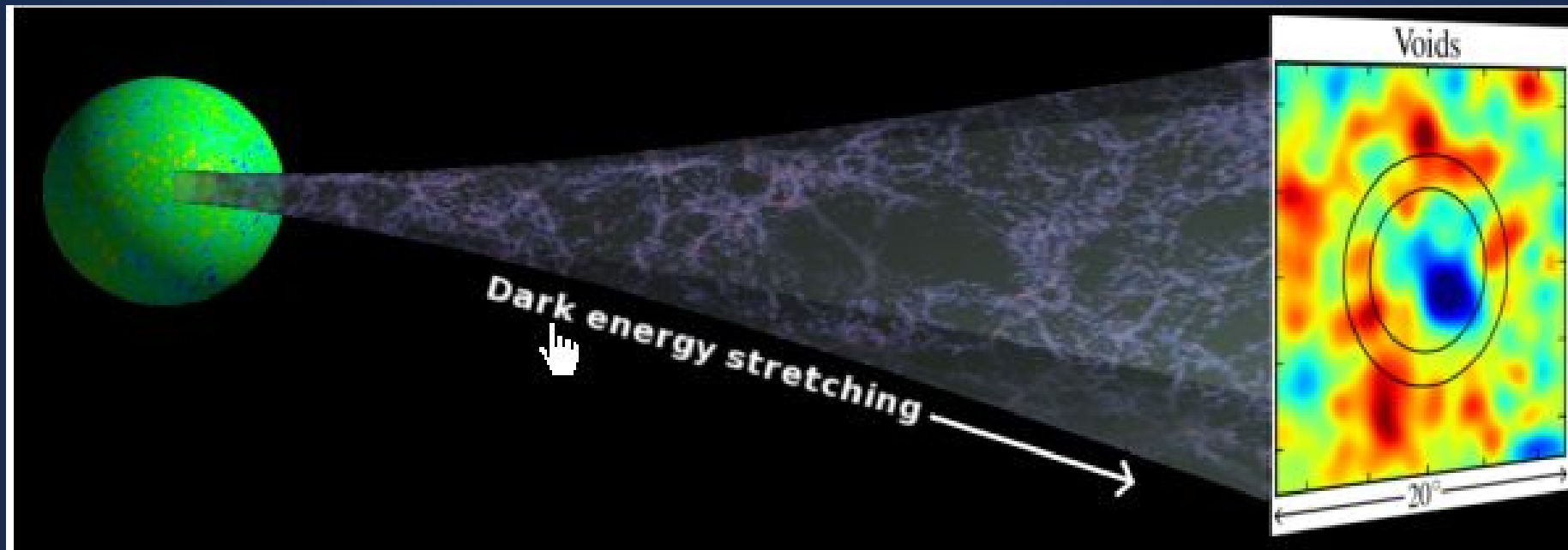
局所非一様性？



Inoue & Silk ApJ' 06

Shapley
超銀河団

超巨大ボイド？



通常の100～1000倍の体積！

二十億光年の孤独

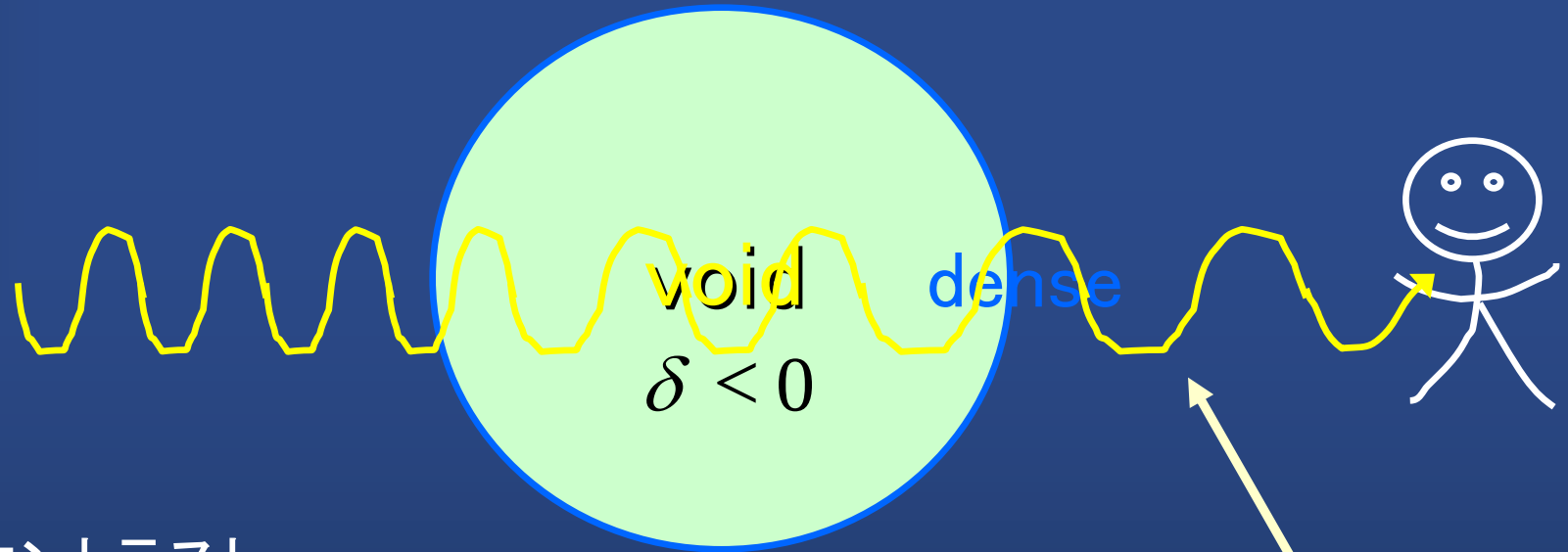
谷川俊太郎

W. L. エリオット 川村和夫 訳

Two Billion Light-Years of Solitude

Shuntaro Tanikawa

ボイド(空洞)通過による赤方偏移



密度コントラスト

$$\delta = \frac{\rho - \bar{\rho}}{\bar{\rho}}$$

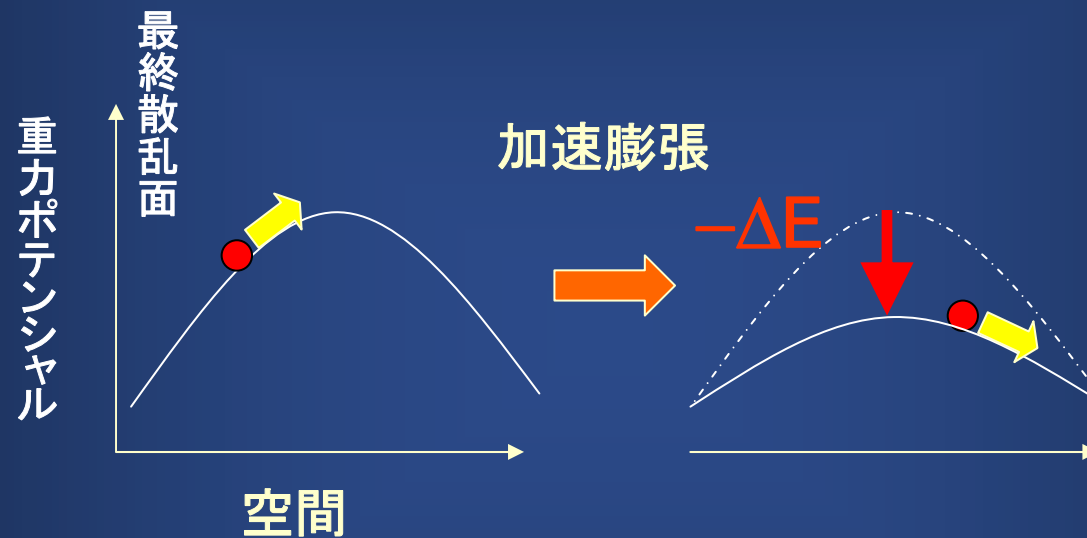


温度低下

Inoue & Silk ApJ' 06

積分ザックス-ヴォルフェ効果

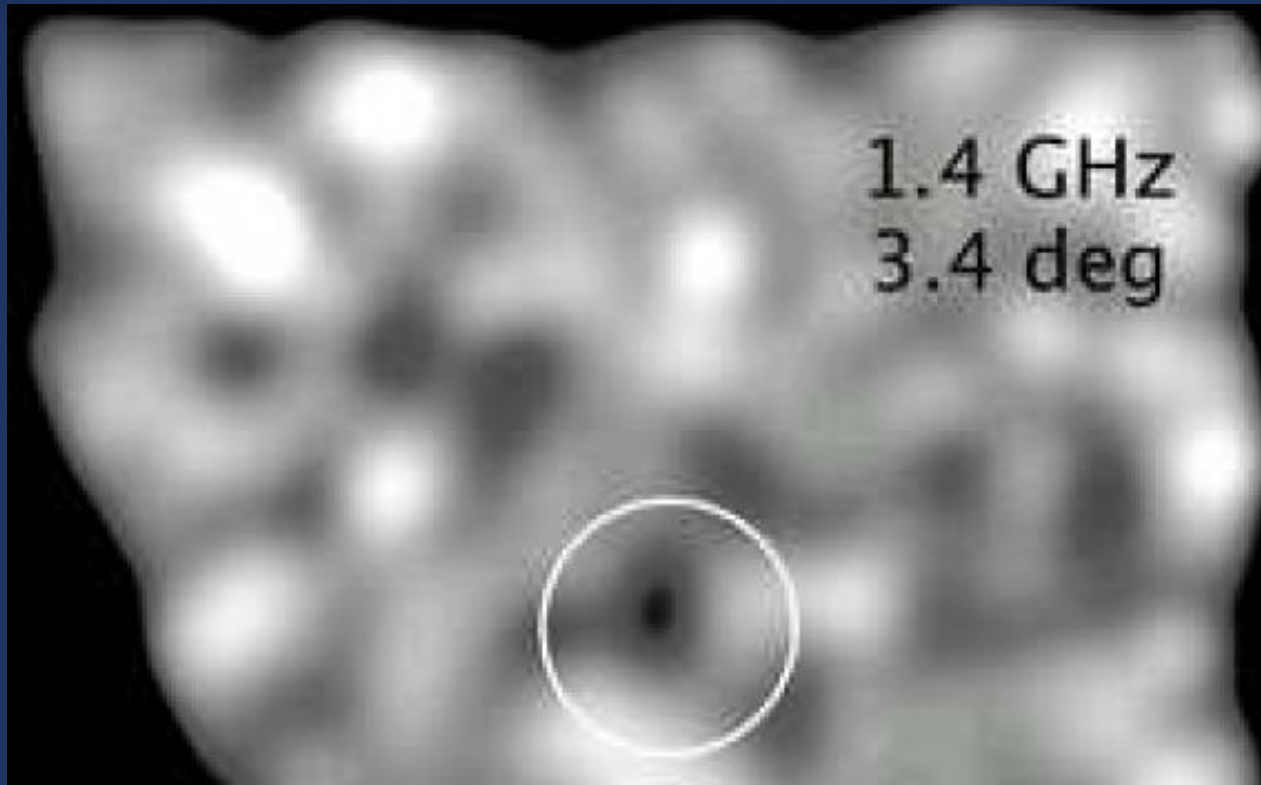
(Integrated Sachs-Wolfe effect)



→負の密度揺らぎを通ってきた光子は温度が低くなる。

$$\frac{\Delta T}{T} = 2 \times \int_{\text{Photon path}} \text{Time variability of potential}$$

超巨大ボイド?

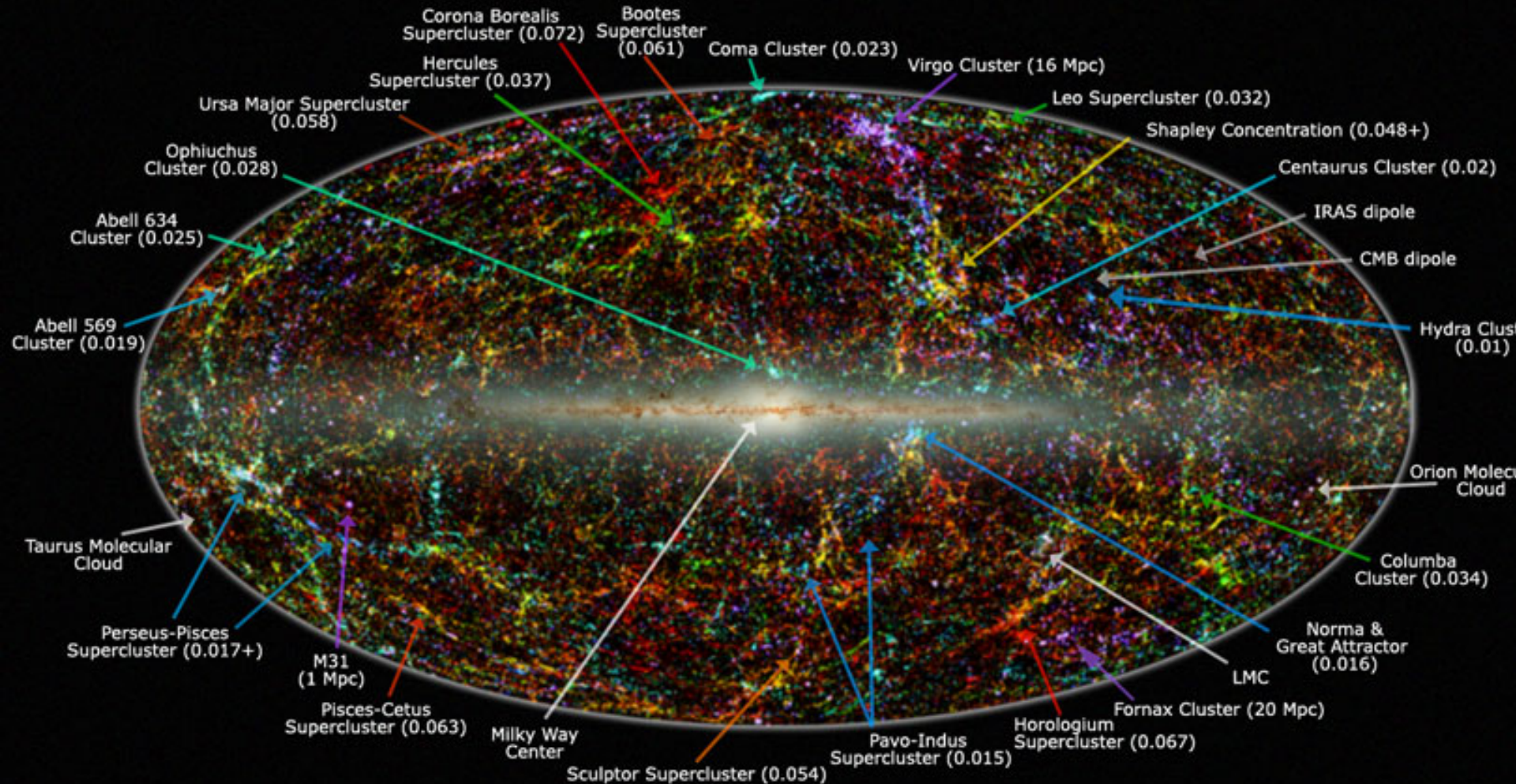


Fluke probability = 0.6%

Rudnick, Brown, & Williams
ApJ' 07

近赤外線でみた宇宙

Large Scale Structure in the Local Universe



Legend: image shows 2MASS galaxies color coded by redshift (Jarrett 2004); familiar galaxy clusters/superclusters are labeled (numbers in parenthesis represent redshift).
Graphic created by T. Jarrett (IPAC/Caltech)

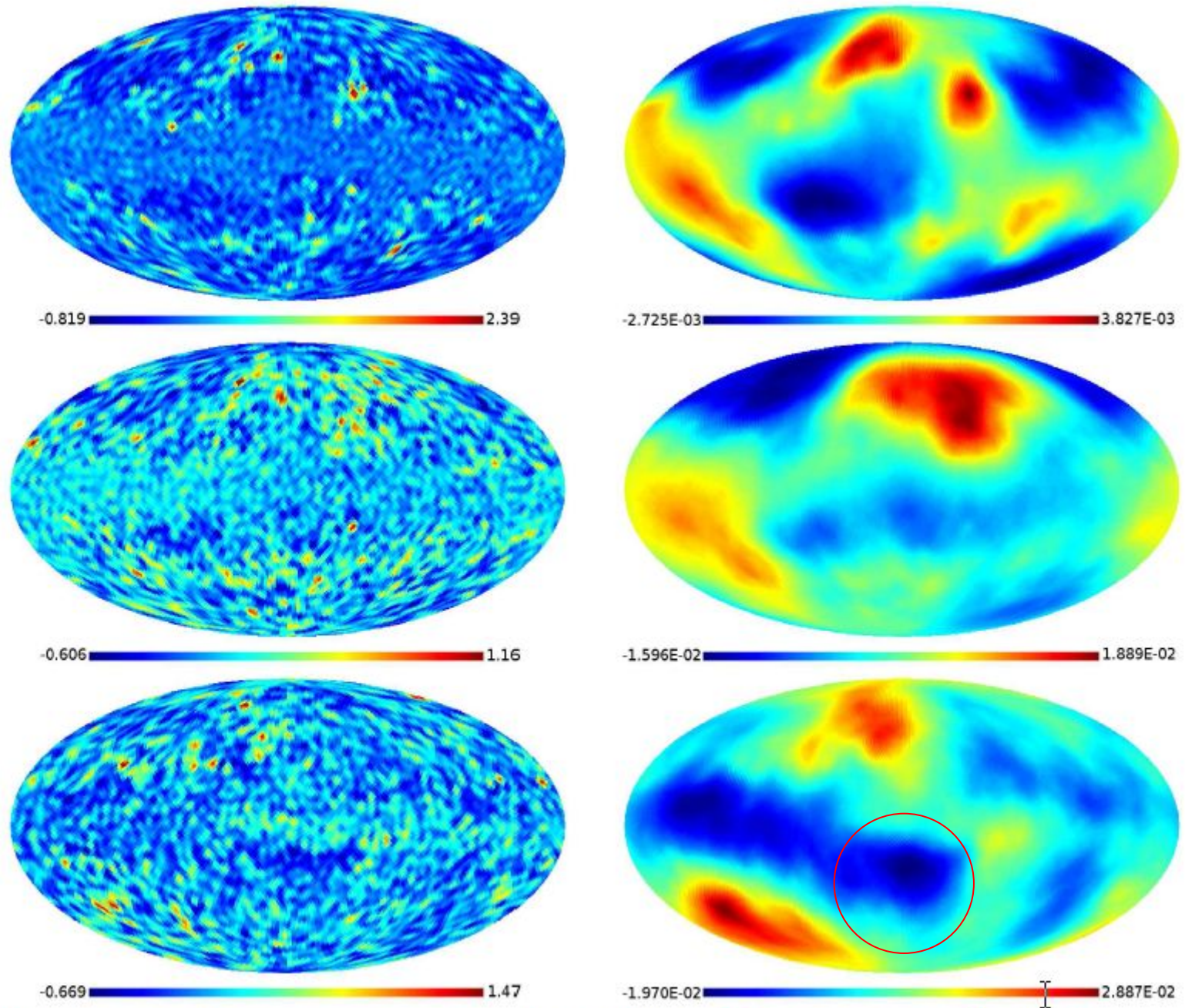


Figure 1. (Left) The 2D reconstruction of the local density field described in Section 2.1 (top), $0.1 < z < 0.2$ (middle) and $0.2 < z < 0.3$ (bottom). The plots show

まとめ

- Poincare dodecahedral モデルはCMBの大角度(60度以上)揺らぎの減りを説明できる。
- しかし、CMB大角度異常の全ての振る舞いを説明することは困難。(むしろ局所非一様性?)
- その他の観測はより平坦な宇宙を示唆。

$$\Omega_{tot} = 1.013 \pm 0.007$$

(BAO+CMB, astro-ph 0907.1660, '09)

今後の進展

- Planck (～2009)によってさらに強い制限が得られるだろう。(宇宙の平坦性、周期性)
- さらに3次元的なデータ(中性水素21センチ線)により揺らぎの統計的非等方性の制限が得られるだろう。

宇宙に曲率はあるか？

宇宙は一様等方か？

頭のいい人には恋ができない。

恋は盲目である。

科学者になるには、自然を恋人としなければならない。

自然はやはりその恋人にのみ真心を打ち明けるものである。

寺田寅彦