ENCOUNTER with MATHEMATICS

第52回

経路積分の数学的基礎

-いつまでも新しいFeynmanの発明-

2010年1月8日(金) 14:30 〜 1月9日(土)

於：東京都 文京区 春日 1-13-27

中央大学理工学部5号館

1月8日(金)

14:30〜15:50　経路積分 I (入門)　：一瀬 孝 氏 (金沢大・理)

16:20〜18:00　大次元空間上での停留位相法の剰余項評価と
その経路積分への応用：藤原 大輔 氏 (学習院大・理)

1月9日(土)

10:30〜12:10　数え上げ母関数としての経路積分　：加藤 晃史 氏 (東大・数理)

14:00〜15:40　Feynman 経路積分 —
時間分割近似法による経路空間上の解析として：熊ノ郷 直人 氏 (工学院大・工)

16:00〜17:00　経路積分 II　：一瀬 孝 氏 (金沢大・理)

17:10〜　ワインパーティー（懇親会）

別紙の趣旨に沿った集会の第52回を以上のような予定で開催いたします．
非専門家向けに入門的な講演をお願い致しました．多くの方々のご参加をお待ちしております．
講演者による講演内容へのご案内を添付いたしますので御覧下さい．

112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学理工学部数学教室；03-3817-1745
ENCOUNTER with MATHEMATICS: homepage : http://www.math.chuo-u.ac.jp/ENCwMATH
三松 佳彦 : yoshiATmath.chuo-u.ac.jp　/ 高倉 樹 : takakuraATmath.chuo-u.ac.jp (AT を@に変更)

経路積分 I, II

一瀬　孝 (金沢大学 理学部)

経路積分 (path integral) は，ファインマン (R.P.Feynman) によって発明された，量子力学の別の定式化を与える極めて画期的な手法である．1942 年プリンストン大学の学位論文 [1] に書かれ，1948 年装い新たな論文 [2] として出版された．

経路積分は，また汎関数積分とも言われ，あっさり書いてしまうと，$\int e^{\frac{i}{\hbar}S(\phi)}\mathcal{D}[\phi]$ という '積分' である．ここで，$\phi(x)$ は d 次元空間の変数 x の N 次元空間値関数であり，$S(\phi)$ は作用と呼ばれ，ラグランジュアン (密度)$\mathcal{L}(\phi)$ の積分 $S(\phi) = \int \mathcal{L}(\phi(x))dx$ であり，$\mathcal{D}[\phi]$ はこれらの関数達の空間 $\{\phi : \mathbf{R}^d \to \mathbf{R}^N\}$ 上のある '測度' である．'積分'，'測度' と引用符 '　' が付くのは，$\mathcal{D}[\phi]$ が数学的な測度と言えるかの問題があり，この '測度' による '積分' はさしあたって，すべての関数 ϕ 達に渡って '足しあげる' 程度のことと理解すればよい．

この '積分式' において，$S(\phi)$ を $S(\phi) = \int[\mathcal{L}(\phi(x)) + \hbar J(x)\phi(x)]dx$ とおいた $J(x)$ は外場）次の '積分式'

$$Z(J) = \int e^{\frac{i}{\hbar}\int[\mathcal{L}(\phi(x))+\hbar J(x)\phi(x)]dx}\mathcal{D}[\phi]$$

が，対応する物理の情報を全部内包していると言ってよい程重要な Green 関数生成汎関数になるというもので，量子力学の場合 $(d = 1)$ なら ϕ は N 次元空間内の経路 (path) $X(t)$ になり，$\int e^{\frac{i}{\hbar}S(X(t))}\mathcal{D}[X]$ がシュレーディンガー方程式の基本解表示を与えると言っていることになる．ラグランジュアンを通して，古典力学との対応が見えるようになっていることがこれらの '式' の顕著なところである．

その単純さと普遍性故に現在に至るまで絶えず多くの人たちを魅了し続けてきた．それは，数学的にはまだ余り確立されていないものの，場の量子論，量子電磁力学，ゲージ場の理論，量子宇宙論，それに最近の弦の量子論に至るまで量子物理学の各分野で，計算手段も与えているので極めて実効的に使われている．確率論の拡散過程や平衡統計力学は，それぞれ虚数時間量子力学，ユークリッド時空の場の量子論とみなせる側面があるので，そこでの問題は経路積分・汎関数積分の問題になる．

汎関数積分・経路積分の数学的厳密な実現は，関数達 [経路達] の空間上の可算加法的「測度」を構成する問題になるが，それはなかなか容易ではないが，でも，多くの場合，格子近似法 [量子力学の場合 $(d = 1)$ なら 時間分割近似法] で計算できる．この立場から, 最も基本的な場合であるシュレーディンガー方程式に対してなされたお話が，藤原・熊ノ郷さんの話です．加藤さんのお話は，経路積分・汎関数積分の方法を統計力学の格子模型に対して適用し計算の手段として威力を発揮する様子のお話かと思います.

経路積分の Feynman 自身による物理的天下り的な '定義' を説明し，所謂，double-slit の実験の話にも触れて何となく皆様を（私自身も込めて）納得させられたらと思っております.（実数ではなく）虚数時間経路積分にも触れ，数学的な可算加法測度測度を構成できる少しの例についても触れられればとも思っています.

参考文献

[1] "Feynman's Thesis – A New Approach to Quantum Theory", L. M. Brown 編, World Sci. 2005.

[2] R. P. Feynman, "Space-time approach to non-relativistic quantum mechanics", *Rev. Mod. Phys.* **20** (1948), pp.367–387.

[3] R. P. Feynman and A. P. Hibbs, "Quantum Mechanics and Path Integrals", McGraw-Hill 1965 [和訳:「量子力学と経路積分」, 北原訳, みすず書房].

[4] R. P. ファインマン,「光と物質のふしぎな理論 私の量子電磁力学」, 釜江・大貫訳, 岩波書店 1987.

[5] 藤原大輔,「ファインマン経路積分の数学的方法— 時間分割に拠る近似法 」, シュプリンガー・フェアラーク東京 1999.

[6] 竹内薫,「『ファインマン物理学』を読む — 量子力学と相対性理論を中心として」, 講談社 2004.

[7] I. M. Gelfand and A. M. Yaglom, "Integration in functional spaces and its applications in quantum physics", *J. Math. Phys.* **1** (1960), pp.48–69.

[8] M. Kac, "Wiener and integration in function spaces", *Bull. Amer. Math. Soc.* **72**, Part II (1966), pp.52–68; "Integration in Function Spaces and Some of Its Applications", Lezioni Fermiane, Accademia Nazionale del Lincei Scuola Norm. Sup. Pisa 1980.

[9] 一瀬　孝,「Path Integral 入門」, 数理物理への誘い（江沢　洋 編）, pp.88–110, 遊星社 1986;「経路積分 — 解析学の立場から」, 数学の未解決問題, 21 世紀数学への序章, pp.72–80, サイエンス社 2003.

[10] 一瀬　孝,「経路積分」, 数理科学 2007 年 4 月号特集「現代数学はいかに使われているか [解析編], pp.32–38, サイエンス社 2008.

大次元空間上での停留位相法の剰余項評価とその経路積分への応用

藤原 大輔 (学習院大学 理学部)

一瀬氏の講演から乱暴に解釈すれば

Hamiltonian, Schrödinger 方程式$\longrightarrow$ Von Neuman, M.H.Stone 理論
Lagrangian, Feynman 経路積分 $\longrightarrow$ $\boxed{???}$

という図式が出来るであろう。Feynman 経路積分は正当化がなかなか旨く行かないが、どうしても正当化する必要がある。$\boxed{???}$ が見つかっていないのかもしれない。

この状況下ではどのように努力すれば良いか？ 良い例を沢山扱う中で、何かが分かって来るかも知れない。どんな例が良いのか？ ある程度一般性があり簡単なもの、しかし従来のやり方であるガウス積分では扱えないものが良いであろう。

簡単なものとして Lagrangian が

$$L = \frac{1}{2}|\dot{x}|^2 - V(x), \quad ここで\ |\alpha| \geq 2\ のとき\ \partial^\alpha V(x) = \emptyset(1). \tag{1}$$

の場合がある。このとき作用関数はある $\delta > 0$ があって $|t| < \delta$ のとき $S(t,x,y) = \dfrac{|x-y|^2}{2t} + t\omega(t,x,y)$ で $|\alpha| + |\beta| \geq 2$ のとき $\partial_x^\alpha \partial_y^\beta \omega = \emptyset(1)$ である。この意味で簡単である。

このとき、ガウス積分では扱えないから、もともとの Feynman のアイデイアに戻って経路積分を考えることにする。時間区間 $[0,T]$ を分割し分点を

$$\Delta : 0 = T_0 < T_1 < \cdots < T_{J+1} = T, \tag{2}$$

$|\Delta| = \max\{T_j - T_{j-1}\}$, $x = x_{J+1}, y = x_0$ とし、$t_j = T_j - T_{j-1}$ とすると、

$$I(\Delta; x, y) = \prod_{j=1}^{J+1} \left(\frac{\nu}{2\pi i t_j}\right)^{\frac{d}{2}} \int_{\mathbf{R}^{dJ}} e^{i\nu \sum_j S(t_j, x_j, x_{j-1})} \prod_{j=1}^{J} dx_j,$$

を考えることになる。ただし、$\nu = 2\pi/h$, $h =$ Planck 定数。この $I(\Delta;x,y)$ は次元が dJ 次元の空間上での符号が振動する積分 − oscillatory integral − である。絶対収束はしない。これが有限の大きさになるのは、打ち消し合いが起こっているからである。Feynman に従うと、ここで $|\Delta| \to 0$ の極限を考えることになる。振動の早さ（$=|\mathrm{grad}\, S|$）は $\emptyset(|\Delta|^{-1})$ であるので、激しく振動する。大規模な打ち消し合いが起こる。従って積分への主な寄与は位相関数が停留する点の近辺からであろう。また次元は無限に大きくなる。こうして「大次元の空間での振動積分の停留位相法」に導かれた。しかも次元によらぬ情報を引き出す必要がある。結果はどのように記述されるか？

この方向の考えは従来あまり積極的に追求されてこなかった方向であった。これが $\boxed{???}$ であるかどうかは分からない。この場合は何とか扱えたということである。本当の $\boxed{???}$ はもっとなにか simple なものであって欲しい。別の方法があるのか？そうでないとすれば、何かを生かし、何かを捨てて本当のものにたどり着くことができたら良いのであろう。

参考文献：

[1] Fujiwara,D., The stationary phase method with an estimate of the remainder term on a space of large dimension, Nagoya Math. J. vol 124 (1991), pp.61–97.

[2] Fujiwara,D. & Kumano-go, N. The second term of the semi-classical asymptotic expansion for Feynman path integrals with integrand of polynomial growth, J.Math.Soc.Japan, vol 58,(2006),837–867.

数え上げ母関数としての経路積分

加藤晃史
東京大学 数理科学研究科

現代物理学の研究現場で使用されているゲージ理論や弦理論の経路積分を、素朴に無限次元の積分として数学的に正当化することは非常に困難です。にもかかわらず、物理学者が経路積分の考え方を経由して導いた主張には、数学的にも正しく深い意味を持つものも少なくありません。それは一体何故なのでしょうか？

経路積分の正当化に関する話題は他の諸先生の講演に譲り、本講演では経路積分が物理学でどのように「使われてきたか」を概観したいと思います。限られた時間でエッセンスを伝えるため、下記のように分配関数＝数え上げの母関数としての側面に焦点を絞る予定です。本講演を聞いて、「経路積分的な考え方は、自分にも役に立ちそうだ」と思って頂ければ幸いです。

古典力学：量子力学 ＝ 経路微分：経路積分

経路の空間で積分を考えることが、なぜ量子化することにあたるのかを簡単に説明したいと思います。また、経路積分の計算が統計力学の分配関数の計算と本質的には同じであることを見ます。

Feynman 図形入門

場の量子論では粒子は相互作用を行って絶えず生成・消滅を繰り返しており、その様子を時空内のグラフとして表すのが、Feynman 図形です。分配関数を摂動展開し、漸近級数として求めることが、Feynman 図形を重み付きで数え上げる問題に帰着されることをおもちゃの場の理論で説明します。

格子模型における経路の数え上げ問題

連続な時空を格子点の集まりと見なす格子模型は、固体物性はもとより、数理物理学でも非常に重要な研究対象です。ここでは、２次元の格子模型を例に、経路積分＝分配関数の計算方法や性質を議論する予定です。

Feynman 経路積分 —
時間分割近似法による経路空間上の解析として

熊ノ郷直人（工学院大学・工）

1948年、R. P. Feynman [Fe] は Schrodinger 方程式の基本解の積分核を経路積分の形で表現した。Feynman は、経路積分を「すべての経路に関する新しい和である」と主張し、経路積分を有限次元積分の極限として説明した。この方法は現在、時間分割近似法と呼ばれている。さらに Feynman は、一般的な汎関数を振幅としてもつ経路積分（Schrodinger 方程式の基本解の場合は振幅の汎関数を1とみなす）を考え、経路積分と汎関数微分からなる経路空間上の新しい解析学を提案し、Hamilton 形式で定式化していた量子力学に、Lagrange 形式による定式化という新しい視点を与えた。

しかし、1960年、R. H. Cameron [Ca] は、経路積分の測度が数学的に存在しないことを証明した。数学においては測度を用いると、積分の存在、積分の順序交換や積分と極限の順序交換といった演算が保証できる。しかし、Cameron の結果は、経路積分において、こうした数学的議論が不可能であることを意味する。

ゆえに、本講演では [Ku],[FK],[KF] に基づき、測度の代わりに時間分割近似法を用いて、一般的な汎関数を振幅にもつ経路積分の存在を証明する。厳密に言えば、経路積分の時間分割近似法が広義一様収束するような一般的な汎関数のクラスを与える。この汎関数のクラスは、一点での値、Riemann-Stieltjes 積分、線積分など基本的な汎関数を含み、和、積、経路の平行移動、経路の線形変換、経路に関する汎関数微分といった演算に関して閉じている。ゆえに、経路積分可能な汎関数の多くの例を創ることができる。特に何回でも汎関数微分できる。応用として、経路積分において、経路積分と Riemann-Stieltjes 積分の順序交換定理、経路積分と極限の順序交換定理、摂動展開、プランクパラメータに関する準古典近似、経路の平行移動に関する自然な性質、経路の直交変換不変性、経路に関する汎関数微分による部分積分や Taylor 展開、微分積分学の基本定理が成立することを証明する。

参考文献

[Fe] R. P. Feynman, Space-time approach to non relativistic quantum mechanics, Rev. Modern Phys. 20 (1948), 367-387.

[Ca] R. H. Cameron, A family of integrals serving to connect the Wiener and Feynman integrals, J. Math. Phys. 39 (1960), 126-140.

[Ku] N. Kumano-go, Feynman path integrals as analysis on path space by time slicing approximation, Bull. Sci. math. 128 (2004), 197-251.

[FK] D. Fujiwara and N. Kumano-go, Smooth functional derivatives in Feynman path integrals by time slicing approximation, Bull. Sci. math. 129 (2005), 57-79.

[KF] N. Kumano-go and D. Fujiwara, Feynman path integrals and semiclassical approximation, RIMS Kokyuroku Bessatsu B5 (2008), 241-263（概説）.

ENCOUNTER with MATHEMATICS

(数学との遭遇, d'après Rencontres Mathématiques) へのご案内

中央大学 大学院 理工学研究科 数学教室

当研究科では France・Lyon の Ecole Normale Supérieure de Lyon で行われている RENCONTRES MATHEMATIQUES の形式を踏襲した集会 "ENCOUNTER with MATHEMATICS" (数学との遭遇) を年 4 回ほどのペースで開催しております。

France では、2 か月に一度の Rencontres Mathématiques と、皆様よくご存知の年に 4 回の Seminaire Bourbaki という、二つの特徴ある研究集会が行われています。これらの集会では、多くの数学者が理解したいと思ってるテーマ、又は、より多くの数学者に理解させるべきであると思われるテーマについて、その方面の (その研究を直接行った本人とは限らない) 専門家がかなり良い準備をし、大変すばらしい解説をしています。

勿論、このような集会は、France に限らず、日本や世界中で行われており、Surveys in Geometry 等は、その好例と言えるでしょう。そのなかで Rencontres Mathématiques は分野・テーマを限定せずに、定期的に集会を開催しているという点で、特徴のある集会として、評価されていると思います。

Seminaire Bourbaki は、各講演 1 時間、1 回読み切りで、講演内容の level は、講究録で良く分かるとおりです。一方、Rencontres Mathématiques は、毎回テーマを一つに決め、二日間で計 5 講演、そのうち 3 つは、柱となる連続講演で、level は、Seminaire Bourbaki に比べ、より一般向きに、やさしくなっていますが、逆に、講演の準備は、大変かもしれません。

実際に ENS-Lyon で Rencontres Mathématiques がどのように運営されているかということについては、雑誌 "数学" 1992 年 1 月号の坪井俊氏の紹介記事を以下に抜粋させて頂きますので御覧ください。

ここ ENS. Lyon の特色として，ほとんど毎月行われているランコントル・マテマティークがあります．これは 1988 年秋から行われているそうですが，金曜，土曜に 1 つのテーマの下に 5 つの講演を行っています．その 1, 3, 5 番目の 3 つは同一講演者によるもので，残りの 2 つは一応それをサポートするも のという形をとっています．1 つの分野のトピックを理解しようとするとき にはなかなか良い形式だと思いました.

私が興味をもって参加したものでは，1 月には '3 次元のトポロジー'（金曜に Turaev, De la Harpe, Turaev, 土曜に Boileau,Turaev），3 月には' 複素力学系 '(金曜に Douady, Kenyon, Douady, 土曜に Tan Lei, Douady)，5 月には' 1 次元の幾何学 '(金曜に Sullivan, Tsuboi, Sullivan, 土曜に Zeghib, Sullivan）がありました．これまでのテーマでは,' 天体力学 ',' 複素解析 ',' ブラウン運動 ',' 数論 ',' ラムダカルキュラス 'など数学全般にわたっています.

ほとんどの参加者は外部から来るのですが，ENS.-Lyon には建物の内部に付属のアパートがあって，40〜50 人のリヨン市外からの参加者はそこに宿泊できるようになっています．ランコントル・マテマティークは自由参加ですが，参加する場合は，宿泊費，建物内のレストランで食べ放題の昼食代は ENS. Lyon の負担ですから，とても参加しやすい研究集会です．ランコントル・マテマティークのテーマ，内容や講演者を考え，実際の運営にあたっている ENS. Lyon のスタッフの努力で，フランスの新しい重要なセミナーとして評価されていると思います.

実際、 Rencontres Mathématiques は多くの数学者に対して根深い数学文化を身につけるための良い機会として重要な役割を果しているのみならず、若い大学院生たちに数学のより深い研究への動機付けを与える大切な場面を提供しています。

ENCOUNTER with MATHEMATICS もこれらのことを目標としたいと考えていますので、大学院生をはじめ多くの数学者の参加をお待ちしております。

このような主旨のもとに、

- 特定の分野へのテーマの集中は避ける
- up to date なテーマも良いが、古典的なテーマも取りあげる

といった点を特に注意して進めていきたいと考えています。

取りあげるテーマ等、この企画に関する皆様のご意見をお寄せ下さい。

これまでに行われた ENCOUNTER with MATHEMATICS (講演者敬称略)

第 1 回 **岩澤理論と FERMAT 予想** 1996 年 11 月, 加藤 和也 (東工大・理), 百瀬 文之 (中大・理工), 藤原 一宏 (名大・多元数理)
第 2 回 **幾何学者は物理学から何を学んだか** 1997 年 2 月, 深谷 賢治 (京大・理), 古田 幹雄 (京大・数理研)
第 3 回 **粘性解理論への招待** 5 月, 石井 仁司 (都立大・理), 儀我 美一 (北大・理), 小池 茂昭 (埼玉大・理), 長井 英生 (阪大・基礎工)
第 4 回 **Mordell-Weil 格子** 9 月, 塩田 徹治 (立教大・理), 寺杣 友秀 (東大・数理), 斎藤 毅 (東大・数理)
第 5 回 **WEB 幾何学** 11 月, 中居 功 (北大・理), 佐藤 肇 (名大・多元数理)
第 6 回 **トロイダル・コンパクト化** 1998 年 2 月, 佐武 一郎 (中大・理工), 石井 志保子 (東工大・理), 藤原一宏 (名大・多元数理)
第 7 回 **天体力学** 4 月, 伊藤 秀一 (東工大・理), 小野 薫 (お茶大・理), 吉田 春夫 (国立天文台)
第 8 回 **TORIC 幾何** 6 月, 小田 忠雄 (東北大・理), 桝田 幹也 (阪市大・理) , 諏訪 紀幸 (中大・理工), 佐藤 拓 (東北大・理)
第 9 回 **実 1 次元力学系** 10 月, 坪井 俊 (東大・数理), 松元 重則 (日大・理工), 皆川 宏之 (北大・理)
第 10 回 **応用特異点論** 1999 年 2 月, 泉屋 周一 (北大・理), 石川　剛郎 (北大・理) , 佐伯 修 (広島大・理)
第 11 回 **曲面の写像類群** 4 月, 森田 茂之 (東大・数理), 河澄 響矢 (東大・数理), 阿原 一志 (明大・理工), 中村 博昭 (都立大・理)
第 12 回 **微分トポロジーと代数的トポロジー** 6 月,
服部 晶夫 (明大・理工), 佐藤 肇 (名大・多元数理), 吉田 朋好 (東工大・理), 土屋 昭博 (名大・多元数理)
第 13 回 **超平面配置の数学** 10 月, 寺尾 宏明 (都立大・理), 吉田 正章 (九大・数理), 寺杣 友秀 (東大・数理), 斎藤 恭司 (京大・数理研)
第 14 回 **Lie 群の離散部分群の剛性理論** 2000 年 2 月, 金井 雅彦 (名大・多元数理), 納谷 信 (名大・多元数理), 井関 裕靖 (東北大・理)
第 15 回 **岩澤数学への招待** 4 月,
栗原 将人 (都立大・理), 佐武 一郎 (東北大/UC Berkeley), 尾崎 学 (島根大・総合理工), 市村 文男 (横浜市大・理), 加藤 和也 (東大・数理)
第 16 回 **Painlevé 方程式** 6,7 月, 岡本 和夫 (東大・数理), 梅村 浩 (名大・多元数理), 坂井 秀隆 (東大・数理), 山田 泰彦 (神戸大・理)
第 17 回 **流体力学** 12 月, 木村 芳文 (名大・多元数理), 今井　功, 宮川 鉄郎 (神戸大・理), 吉田 善章 (東大・新領域創成科学)
第 18 回 **Poincaré 予想と３次元トポロジー** 2001 年 2 月,
小島 定吉 (東工大・情報理工), 加藤 十吉 (九大・理), 松本 幸夫 (東大・数理), 大槻 知忠 (東工大・情報理工), 吉田 朋好 (東工大・理)
第 19 回 **Invitation to Diophantine Geometry** 4 月, 平田 典子 (日大・理工), 宍倉 光広 (京大・理), 小林 亮一 (名大・多元数理)
第 20 回 **不変式論のルネサンス** 9 月, 梅田 亨 (京大・理), 向井 茂 (京大・数理研), 寺西 鎮男 (名大・多元数理)
第 21 回 **実解析への誘い** 10 月, 新井 仁之 (東大・数理), 宮地 晶彦 (東京女子大・文理), 小澤 徹 (北大・理), 木上 淳 (京大・情報)
第 22 回 **「離散」の世界** 2002 年 2 月, 砂田利一 (東北大・理), 小谷元子 (東北大・理), 藤原耕二 (東北大・理), 井関裕靖 (東北大・理)
第 23 回 **複素力学系** 6 月, 宍倉光広 (京大・理), 松崎克彦 (お茶大・理), 辻井 正人 (北大・理)
第 24 回 **双曲幾何** 10 月, 小島 定吉 (東工大・情報理工), 大鹿 健一 (阪大・理), 藤原 耕二 (東北大・理), 藤原 一宏 (名大・多元数理)
第 25 回 **Weil 予想** 12 月, 堀田 良之 (岡山理大・理), 藤原 一宏 (名大・多元数理), 斎藤 毅 (東大・数理), 宇澤 達 (名大・多元数理)
第 26 回 **極小曲面論入門** 2003 年 3 月, 山田 光太郎 (九大・数理), 小磯 深幸 (京教大・教育), 梅原 雅顕 (広大・理), 宮岡 礼子 (上智大・理工)
第 27 回 **分岐被覆と基本群**　4 月, 難波 誠 (阪大・理), 岡 睦雄 (都立大・理), 島田 伊知朗 (北大・理), 徳永 浩雄 (都立大・理)
第 28 回 **リーマン面の退化と再生** 11 月, 足利 正 (東北学院大・工), 今吉 洋一 (阪市大・理), 松本 幸夫 (東大・数理), 高村 茂 (京大・理)
第 29 回 **確率解析** 12 月, 楠岡 成雄 (東大・数理), 重川 一郎 (京大・理), 谷口 説男 (九大・数理)
第 30 回 **Symplectic 幾何と対称性** 2004 年 3 月,
小野 薫 (北大・理), 森吉 仁志 (慶応大・理工), 高倉　樹 (中大・理工), 古田 幹雄 (東大・数理), 太田 啓史 (名大・多元)
第 31 回 **スペクトル・散乱理論**　2004 年 12 月,
池部 晃生, 峯 拓矢 (京大・理), 谷島 賢二 (学習院大・理), 久保 英夫 (阪大・理), 山田 修宣 (立命館大・理工), 田村 英男 (岡山大・理)
第 32 回 **山辺の問題** 2005 年 1 月, 小林　治 (熊本大・理), 芥川 和雄 (東京理大・理工), 井関 裕靖 (東北大・理)
第 33 回 **双曲力学系-安定性と混沌-** 2005 年 2 月, 国府 寛司 (京大・理), 林 修平 (東大・数理), 浅岡 正幸 (京大・理), 三波 篤郎 (北見工大)
第 34 回 **非線型の特殊函数論〜Painlevë 方程式の応用** 2005 年 7 月, 大山 陽介 (阪大・情報), 村瀬 元彦 (UC Davis), 筧 三郎 (立教大・理)
第 35 回 **山辺不変量 -共形幾何学の広がり-** 2005 年 12 月, 小林 治 (熊本大・理), 石田 政司 (上智大・理工), 芥川 和雄 (東京理科大・理工)
第 36 回 **正 20 面体にまつわる数学** 2006 年 3 月, 増田 一男 (東工大・理), 加藤 文元 (京大・理), 橋本 義武 (阪市大・理)
第 37 回 **数学者のための分子生物学入門－新しい数学を造ろう－** 2006 年 6 月,
加藤 毅 (京大・理), 阿久津 達也 (京大化学研究所), 岡本 祐幸 (名大・理), 斉藤 成也 (国立遺伝学研究所), 田中 博 (東京医科歯科大)
第 38 回 **幾何学と表現論 - Kostant–関口対応をめぐって -** 2006 年 12 月,
関口 次郎 (東京農工大・工), 中島 啓 (京大・理), 落合 啓之 (名大・多元数理), 竹内 潔 (筑波大・数学系)
第 39 回 **Lusternik-Schnirelmann カテゴリ** 2007 年 3 月,
岩瀬 則夫 (九大・数理), Elmar VOGT (東大・数理/ベルリン自由大), 松元 重則 (日大・理工), 田中 和永 (早大・理工)
第 40 回 **力学系のゼータ関数 – 古典力学と量子力学のカオス** – 2007 年 5 月,
首藤 啓 (首都大・理工), 盛田 健彦 (広大・理), 辻井 正人 (九大・数理)
第 41 回 **Euler 生誕３００年 － Euler 数と Euler 類を巡って** 2007 年 9 月,
佐藤 肇, 秋田 利之 (北大・理), Danny Calegari (Caltech/東工大・情報理工), 松本 幸夫 (学習院大・理), 森田 茂之 (東大・数理)
第 42 回 **Euler 生誕３００年 － Euler からゼータの世界へ－** 2007 年 11 月,
黒川 信重 (東工大・理工), 落合 啓之 (名大・多元数理), 平野 幹 (成蹊大・理工), 権 寧魯 (九大・数理)
第 43 回 **Euler ３００歳記念 流体力学・変分学編－始祖の業績と現在・未来への展開－** 2008 年 2 月,
岡本 久 (京大・数理研), 鈴木 貴 (阪大・基礎工), 木村 芳文 (名大・多元数理)
第 44 回 **環境数理におけるモデリングとシミュレーション〜数学は環境問題に貢献できるか〜** 2008 年 3 月,
水藤 寛 (岡山大・環境), 太田 欽幸 (中央大・理工), 伊藤 昭彦 (国立環境研究所), 柳野 健 (気象庁・気象研究所), 渡辺 雅二 (岡山大・環境)
第 45 回 **McKay 対応を巡って** 2008 年 5 月,
松澤 淳一 (奈良女子大・理), 石井 亮 (広大・理), 伊藤 由佳理 (名大・多元数理), John McKay(Concordia 大／京大・数理研), 植田 一石 (阪大・理)
第 46 回 **幾何学的変分問題 – 神の選択・人間の方法** – 2008 年 9 月, 西川 青季 (東北大・理), 長澤 壯之 (埼玉大・理), 利根川 吉廣 (北大・理)
第 47 回 **アクセサリー・パラメーターとモノドロミー – 微分方程式の未開の領域を目指して** –　2008 年 10 月,
原岡 喜重 (熊本大), 横山 利章 (千葉工業大), 加藤 満生 (琉球大), 大島 利雄 (東大・数理)
第 48 回 **微分方程式に対する逆問題 –既知と未知が逆転したときに何が視えるか？** – 2008 年 11 月,
望月 清 (中大・理工), 池畠 優 (群馬大・工), 磯崎 洋 (筑波大・数理), 渡辺 道之 (東京理科大・理工), 山本 昌宏 (東大・数理)
第 49 回 **流体の基礎方程式 –色々な視点から見た流体方程式**– 2009 年 2 月,
小薗 英雄 (東北大・理), 西畑 伸也 (東工大・情報理工), 清水 扇丈 (静岡大・理), 松本 剛 (京大・理・物)
第 50 回 **ラドン変換 –積分が拓く新しい世界**–　2009 年 5 月,
筧 知之 (筑波大・数理), 木村 弘信 (熊大・自然), 磯崎 洋 (筑波大・数理), 大島 利雄 (東大・数理)
第 51 回 **第 51 回 正 20 面体にまつわる数学–その 2** –　2009 年 10 月,
作間 誠 (広島大・理), 関口 次郎 (東京農工大・工), 井上 開輝 (近畿大・理工)

お問い合わせ 又は ご意見等：
112 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学大学院理工学研究科数学教室 tel：03-3817-1745
e-mail：yoshiATmath.chuo-u.ac.jp 三松 佳彦 / takakuraATmath.chuo-u.ac.jp 高倉 樹 (AT を@に変更)
ホームページ：http://www.math.chuo-u.ac.jp/ENCwMATH