

ENCOUNTER with MATHEMATICS

第62回

波動方程式 — 古典物理から相対論まで —

2014年9月15日(月) 14:30 ~ 9月16日(火)

於：東京都 文京区 春日 1-13-27 中央大学理工学部5号館

9月15日(月)

- | | | |
|---------------|----------------------|------------------|
| 14:30 ~ 15:20 | 古典場の理論に現れる非線型波動方程式-1 | : 小澤 徹氏 (早大・理工) |
| 15:40 ~ 16:30 | 古典場の理論に現れる非線型波動方程式-2 | : 小澤 徹氏 (早大・理工) |
| 16:50 ~ 17:50 | 波動方程式の周期解-1 | : 山口 勝氏 (東海大・理*) |

9月16日(火)

- | | | |
|---------------|--------------------------|-------------------|
| 10:30 ~ 11:30 | 波動方程式の周期解-2 | : 山口 勝氏 (東海大・理*) |
| 11:50 ~ 13:00 | キルヒホッフ方程式の時間大域解 | : 松山 登喜夫氏 (中大・理工) |
| 14:30 ~ 15:40 | Einstein の重力場方程式の初期値問題-1 | : 中村 誠氏 (山形大・理) |
| 16:00 ~ 17:00 | Einstein の重力場方程式の初期値問題-2 | : 中村 誠氏 (山形大・理) |
| 17:20 ~ | ワインパーティー (懇親会) | |

別紙の趣旨に沿った集会の第62回を以上のような予定で開催いたします。非専門家向けに入門的な講演をお願い致しました。多くの方々のご参加をお待ちしております。講演者による講演内容へのご案内を添付いたしますので御覧下さい。

尚、この集会は、科学研究費補助金 基盤研究 (B) 「無限次元リー代数によるリーマン面の位相幾何学的研究」課題番号 24340010 (代表者: 河澄響矢 (東大・数理))、及び、科学研究費補助金 基盤研究 (S) 「ホモロジー的ミラー対称性の証明」課題番号 23224002 (代表者: 深谷賢治 (京大・理)) からの支援を受けています。

連絡先：112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学理工学部数学教室: 03-3817-1745

ENCOUNTER with MATHEMATICS: homepage : <http://www.math.chuo-u.ac.jp/ENCwMATH>

三松 佳彦 : yoshi@math.chuo-u.ac.jp / 高倉 樹 : takakura@math.chuo-u.ac.jp

古典場の理論に現れる非線型波動方程式

小澤 徹 (早稲田大学応用物理学科)

相対論的または非相対論的な波動場を記述する古典場の理論の数学的枠組を概観し、基礎的問題とその数学的方法論を整理する。最近の研究動向や未解決問題にも触れる。

波動方程式の周期解

山口 勝 (東海大学理学部*)

R^n の有界な空間領域 Ω で定義された波動方程式の境界値問題を考える。この問題の時間周期解の存在について、その数学的構造と存在を証明する方法について述べたい。

$$(P) \quad \begin{cases} L_\alpha u(x, t) = f(x, t, u, \dots), & (x, t) \in \Omega \times R^1, \\ u(x, t) = 0, & (x, t) \in \partial\Omega \times R^1. \end{cases}$$

ここで、 L_α は線形波動作用素 $\partial_t^2 - \Delta + \alpha \partial_t$ 、 f は時間 t に依存する場合は t に関して周期的とし u と問題によってはその導関数に依存してもよい、ここで $\alpha \geq 0$ は定数である。ここでは、Klein-Gordon 方程式や時間や空間に依存するポテンシャル項をもつ方程式も含めて考えることにする。但し、 f が t に依存する場合は、 f と同一周期の周期解を求める問題を扱うものとする。

エネルギー減衰項がある場合 ($\alpha > 0$) とエネルギー減衰項のない場合 ($\alpha = 0$) では状況が異なるが、これは L_α のスペクトルによって容易に説明できる。 $\alpha = 0$ の場合は、周期解の存在は周期の数論的性質と Ω の形状および f の微分可能性の兼ね合いによることがわかる。例えば、周期解の存在しないような任意の微分可能性 (解析的でも Gevry class でもよい) をもつ f と周期が存在する。一方、 $\alpha > 0$ の場合は、周期解の存在は周期の数論的性質と Ω の形状、また f の微分可能性にも無関係である。この ($\alpha > 0$ の場合の) 構造は、周期解の存在に関して、放物型方程式と同じであることがわかる。

この講演では、上記の仕組みをいくつかの関数方程式や線形波動方程式を用いて説明する。さらに、非線形問題の周期解の存在を証明する方法の一つとして、問題を無限次元力学系と考え Kolmogorov-Arnold の方法の無限次元バージョンを用いて示した Wayne, Schmidt らの方法について解説したい。また、時間周期的なポテンシャル項をもつ波動方程式の場合に、Diophantine 条件が精密な解析的な条件に置き換えることができることについても述べたい。

キルヒホッフ方程式の時間大域解

松山登喜夫 (中央大学理工学部)

Kirchhoff 方程式は主要部の係数が未知関数の積分で与えられた時間変数のみに依存するいわゆる非局所性をもつ準線形双曲型偏微分方程式として知られ、国内外の多くの研究者により多大なる関心を寄せられているにもかかわらずその解析は非常に難しいことで知られている。1883年に G. Kirchhoff は彼の著書“ Vorlesungen über Mechanik ”で1次元の弦の非線形振動を記述する方程式として提唱して以来、1940年 S. Bernstein により時間大域的な直線上の実解析解が得られ、その後一般次元の実解析解は Arosio-Spagnolo により得られた。それ以来実解析的なクラスを Sobolev 空間に広げようと国内外の多くの研究者が取り組んだにもかかわらず、Sobolev 空間に属する大きな初期値に対する時間大域解の存在が得られていない。それどころか、 C^∞ 級解、Gevrey 級解すら得られていないのが現状である。実解析的クラスと C^∞ 級の中間的なクラスとして準解析的クラスが考えられるが、準解析的解に関しては幾つか結果がある。しかし上記の問題とはかなり隔たりがある。

本講演では Gevrey 族のある部分族に初期値をとるとき時間大域的な Gevrey 級解の一意存在の証明の概略を紹介する。

Einstein の重力場方程式の初期値問題 (「宇宙の建築者は純粋数学者と思われる」(J. H. Jeans))

中村 誠 (山形大学理学部)

Einstein は重力を時空の曲りと捉え、時空の曲りが満たすべき方程式として重力場方程式を導いた。本講演では重力場方程式を曲りの在る3次元空間の時間発展を与える発展方程式と見て、その初期値問題を考察し、時間局所解の一意存在定理の概要を解説する。

重力場方程式を偏微分方程式論により扱う上で、効果的な方法の一つは、調和座標と呼ばれる座標系を用いて双曲型方程式に書き直し、双曲型方程式の時間局所解の存在定理を使う方法である。本講演では真空中における重力場方程式しか考えないが、空間の曲りを伝える重力波の伝播を考察することが可能となる。重力波は波であるので、波動方程式を用いることが考えられるが、重力場方程式を扱うためには、波動方程式を一般化した双曲型方程式を用いる必要がある。更に、重力場方程式は非線形であることから、準線形双曲型方程式と呼ばれる複雑な方程式を解く必要がある。そのため、関連する双曲型方程式の初期値問題の解説も行う。

本講演は、相対性理論を扱う上で双曲型方程式の数学的な扱い方に関心がある方に、その概要が出来るだけ平易に分かるように話の展開を試みる。しかしながら、講演時間の関係で最も鍵となる部分のみを述べるに留まるであろう。より詳しくは、R. M. Wald 著 “ General relativity ”(1984)、C. D. Sogge 著 “ Lectures on non-linear wave equations ” (2008) を参照されたい。

ENCOUNTER with MATHEMATICS

(数学との遭遇, d'après Rencontres Mathématiques) へのご案内

中央大学 理工学部 数学教室

当研究科では France・Lyon の Ecole Normale Supérieure de Lyon で行われている RENCONTRES MATHÉMATIQUES の形式を踏襲した集会 "ENCOUNTER with MATHEMATICS" (数学との遭遇) を年 4 回ほどのペースで開催しております。

France では、2 か月に一度の Rencontres Mathématiques と、皆様よくご存知の年に 4 回の Séminaire Bourbaki という、二つの特徴ある研究集会が行われています。これらの集会では、多くの数学者が理解したいと思ってるテーマ、又は、より多くの数学者に理解させるべきであると思われるテーマについて、その方面の (その研究を直接行った本人とは限らない) 専門家がかなり良い準備をし、大変すばらしい解説をしています。

勿論、このような集会は、France に限らず、日本や世界中で行われており、Surveys in Geometry 等は、その好例と言えるでしょう。そのなかで Rencontres Mathématiques は分野・テーマを限定せずに、定期的に集会を開催しているという点で、特徴のある集会として、評価されていると思います。

Séminaire Bourbaki は、各講演 1 時間、1 回読み切りで、講演内容の level は、講究録で良く分かるとおりです。一方、Rencontres Mathématiques は、毎回テーマを一つに決め、二日間で計 5 講演、そのうち 3 つは、柱となる連続講演で、level は、Séminaire Bourbaki に比べ、より一般向きに、やさしくなっていますが、逆に、講演の準備は、大変かもしれません。

実際に ENS-Lyon で Rencontres Mathématiques がどのように運営されているかということについては、雑誌 "数学" 1992 年 1 月号の坪井俊氏の紹介記事を以下に抜粋させていただきますので御覧ください。

ここ ENS. Lyon の特色として、ほとんど毎月行われているランコントロール・マテマティークがあります。これは 1988 年秋から行われているそうですが、金曜、土曜に 1 つのテーマの下に 5 つの講演を行っています。その 1, 3, 5 番目の 3 つは同一講演者によるもので、残りの 2 つは一応それをサポートするものという形をとっています。1 つの分野のトピックを理解しようとするときにはなかなか良い形式だと思いました。

私が興味をもって参加したものでは、1 月には '3 次元のトポロジー' (金曜に Turaev, De la Harpe, Turaev, 土曜に Boileau, Turaev), 3 月には '複素力学系' (金曜に Douady, Kenyon, Douady, 土曜に Tan Lei, Douady), 5 月には '1 次元の幾何学' (金曜に Sullivan, Tsuboi, Sullivan, 土曜に Zeghib, Sullivan) がありました。これまでのテーマでは、'天体力学'、'複素解析'、'ブラウン運動'、'数論'、'ラムダカルキュラス' など数学全般にわたっています。

ほとんどの参加者は外部から来るのですが、ENS.-Lyon には建物の内部に付属のアパートがあって、40~50 人のリヨン市外からの参加者はそこに宿泊できるようになっています。ランコントロール・マテマティークは自由参加ですが、参加する場合は、宿泊費、建物内のレストランで食べ放題の昼食代は ENS. Lyon の負担ですから、とても参加しやすい研究集会です。ランコントロール・マテマティークのテーマ、内容や講演者を考え、実際の運営にあたっている ENS. Lyon のスタッフの努力で、フランスの新しい重要なセミナーとして評価されていると思います。

実際、Rencontres Mathématiques は多くの数学者に対して根深い数学文化を身につけるための良い機会として重要な役割を果たしているのみならず、若い大学院生たちに数学のより深い研究への動機付けを与える大切な場面を提供しています。

ENCOUNTER with MATHEMATICS もこれらのことを目標としたいと考えていますので、大学院生をはじめ多くの数学者の参加をお待ちしております。

このような主旨のもとに、

- 特定の分野へのテーマの集中は避ける
 - up to date なテーマも良いが、古典的なテーマも取りあげる
- といった点を特に注意して進めていきたいと考えています。

取りあげるテーマ等、この企画に関する皆様のご意見をお寄せ下さい。

これまでで行われた ENCOUNTER with MATHEMATICS (講演者敬称略)

- 第1回 岩澤理論とFERMAT予想 1996年11月, 加藤和也(東工大・理), 百瀬文之(中大・理工), 藤原一宏(名大・多元)
第2回 幾何学者は物理学から何を学んだか 1997年2月, 深谷賢治(京大・理), 古田幹雄(京大・数理工)
第3回 粘性解理論への招待 5月, 石井仁司(都立大・理), 小池茂昭(埼玉大・理), 長井英生(阪大・基礎工)
第4回 WEBB幾何学 格子 9月, 塩田徹治(立教大・理), 寺嶋友秀(東大・数理工), 斎藤毅(東大・数理工)
第5回 Word幾何学 11月, 中居功(北大・理), 佐藤肇(名大・多元)
第6回 トロイダル・コンパクト化 1998年2月, 佐武一郎(中大・理工), 石井志保子(東工大・理), 藤原一宏(名大・多元)
第7回 天体力学 4月, 伊藤秀一(東工大・理), 小野薫(お茶大・理), 吉田春夫(国立天文台)
第8回 TORIC幾何学 6月, 小田忠雄(東北大・理), 梶田幹也(阪市大・理), 諏訪紀幸(中大・理工), 佐藤拓(東北大・理)
第9回 果1次元工学系 10月, 坪井俊(東大・数理工), 松元重則(日大・理工), 皆川宏之(北大・理)
第10回 応用特異点論 1999年2月, 泉屋岡一(北大・理), 石川剛郎(北大・理), 佐伯修(広島大・理)
第11回 曲面の写像群 4月, 森田茂之(東大・数理工), 河澄響矢(東大・数理工), 阿原一志(明大・理工), 中村博昭(都立大・理)
第12回 微分トポロジーと代数的トポロジー 6月,
服部晶夫(明大・理工), 佐藤肇(名大・多元), 吉田朋好(東工大・理), 土屋昭博(名大・多元)
第13回 超平面配置の数学 10月, 寺尾宏明(都立大・理), 吉田正章(九大・数理工), 寺嶋友秀(東大・数理工), 斎藤恭司(京大・数理工)
第14回 Lie群の離散部分群の剛性理論 2000年2月, 金井雅彦(名大・多元), 菊谷信(名大・多元), 井筒裕清(東北大・理)
第15回 岩澤数学への招待 4月, 栗原将人(都立大・理), 佐武一郎(東北大/UC Berkeley), 尾崎学(高橋大・総合理工), 市村文男(横浜市大・理), 加藤和也(東大・数理工)
第16回 Painlevé方程式 6,7月, 岡本和夫(東大・数理工), 梅村浩(名大・多元), 坂井秀隆(東大・数理工), 山田泰彦(神戸大・理)
第17回 流体力学 12月, 木村芳文(名大・多元), 今井 功, 宮川鉄郎(神戸大・理), 吉田 善章(東大・新領域創成科学)
第18回 Poincaré予想と3次元トポロジー 2001年2月, 小島 定吉(東工大・情報理工), 加藤十吉(九大・理), 松本幸夫(東大・数理工), 大槻知忠(東工大・情報理工), 吉田朋好(東工大・理)
第19回 Invitation to Diophantine Geometry 4月, 平田 典子(日大・理工), 矢倉 光広(京大・理), 小林 亮一(名大・多元数理工)
第20回 不変式論のルナソンズ 9月, 梅田 亨(東大・理), 向井 茂(京大・数理工), 寺西 鏡男(名大・多元数理工)
第21回 変形解への誘い 10月, 新井 仁(東大・数理工), 宮地 晶彦(東京女子大・文理), 小澤 徹(北大・理), 木上 淳(京大・情報)
第22回 「離散」の世界 2002年2月, 砂田 大(東大・理), 小谷元子(東北大・理), 藤原耕二(東北大・理), 井筒裕清(東北大・理)
第23回 複素力学系 6月, 矢倉光広(京大・理), 松崎克彦(お茶大・理), 辻井 正人(北大・理)
第24回 双曲幾何 10月, 小島 定吉(東工大・情報理工), 大槻 健一(阪大・理), 藤原耕二(東北大・理), 藤原一宏(名大・多元)
第25回 Weil予想 12月, 堀田 良之(岡山理大・理), 藤原一宏(名大・多元), 斎藤毅(東大・数理工), 宇澤 達(名大・多元)
第26回 楕小曲面論入門 2003年3月,
山田 光太郎(九大・数理工), 小磯 深幸(京大・教育), 梅原 雅嗣(広大・理), 宮岡 礼子(上智大・理工)
第27回 分岐複層と基本群 4月, 難波 誠(阪大・理), 岡鹿雄(都立大・理), 島田 伊知明(北大・理), 徳永 浩雄(都立大・理)
第28回 リーマン曲面の退化と再生 11月, 足利 正(東北学院大・工), 今吉 洋一(阪市大・理), 松本 幸夫(東大・数理工), 高村 茂(京大・理)
第29回 離散解析 12月, 相岡 成雄(東大・数理工), 藤原 一郎(京大・理), 谷口 誠男(九大・数理工)
第30回 Symplectic幾何と対称性 2004年3月,
小野 薫(北大・理), 森吉 仁志(慶応大・理工), 高倉 樹(中大・理工), 古田 幹雄(東大・数理工), 太田 啓史(名大・多元)
第31回 スベクトル・散乱理論 2004年12月, 池部 晃生, 峯 拓矢(京大・理), 谷島 賢二(学習院大・理), 久保 英夫(阪大・理), 山田 修宣(立命館大・理工), 田村 英男(岡山大・理)
第32回 双曲力学系-安定性と混沌- 2005年2月, 国府 寛司(京大・理), 赤川 和雄(東京理大・理), 井筒 裕清(東北大・理)
第33回 山辺の問題 2005年1月, 小林 治(熊本大・理), 石川 政司(上智大・理工), 芥川 和雄(東京理大・理工)
第34回 非線形の特異点論~Painlevé方程式の応用 2005年7月,
大川 陽介(阪大・情報), 村瀬 元彦(UC Davis), 寛 三郎(立教大・理)
第35回 山辺の不変量-非線形幾何学の広がり- 2005年12月, 小林 治(熊本大・理), 石田 政司(上智大・理工), 芥川 和雄(東京理大・理工)
第36回 正20面体に関する数学 2006年3月, 増田 一男(東工大・理), 加藤 文元(京大・理), 橋本 義武(阪市大・理)
第37回 数学者のための分岐生物学入門-新しい数学を学ぶ- 2006年6月, 加藤 毅(京大・理), 阿久津 達也(京大化学研究所), 岡本 祐幸(名大・理), 斎藤 成也(国立遺伝学研究所), 田中 博(東京医科歯科大)
第38回 幾何学と表理論 - Kostant-関口対応をめぐる - 2006年12月,
関口 次郎(東京農工大・工), 中島 啓(京大・理), 落合 啓之(名大・多元), 竹内 潔(筑波大・数理学系)
第39回 Lusternik-Schnirelmann カテゴリ 2007年3月,
岩瀬 則夫(九大・数理工), Elmar VOGT(東大・数理工)ペルリン自由大), 松元 重則(日大・理工), 田中 和永(早大・理工)
第40回 力学系のゼータ関数 - 古典力学と量子力学のカオス - 2007年5月,
首藤 啓(首都大・理工), 塩田 健彦(広大・理), 辻井 正人(九大・数理工)
第41回 Euler生誕300年 - Euler数とEuler類を巡って 2007年9月,
佐藤 肇, 秋田 利之(北大・理), Danny Calegari (Caltech)/東工大・情報理工), 松本 幸夫(学習院大・理), 森田 茂之(東大・数理工)
第42回 Euler生誕300年 - Eulerからゼータの世界へ - 2007年11月,
黒川 信重(東工大・理工), 落合 啓之(名大・多元), 平野 幹(成蹊大・理工), 植 肇魯(九大・数理工)

- 第43回 Euler・300歳記念, 流体力学・弦分学編-始祖の業績と現在・未来への展開- 2008年2月,
岡本 久(京大・数理工), 鈴木 貴(阪大・基礎工), 木村 芳文(名大・多元)
第44回 環状幾何におけるモテリノグとシミュレーション~数学は環境問題に貢献できるか~ 2008年3月,
水橋 寛(岡山大・環境), 太田 欽幸(中大・理工), 伊藤 昭彦(国立環境研究所), 柳野 健(気象庁・気象研究所), 渡辺 雅二(岡山大・環境)
第45回 McKay対応を巡って 2008年5月, 松澤 淳一(奈良女子大・理), 石井 亮(広大・理), 伊藤 由佳理(名大・多元), John McKay(Concordia大/京大・数理工), 植田 一石(阪大・理)
第46回 幾何学的変分問題 - 神の選択 - 人間の方法 - 2008年9月,
西川 晋季(東北大・理), 長澤 壯之(埼玉大・理), 利根川 吉廣(北大・理)
第47回 アクセサリー・パラメーターとモノドロミー - 微分方程式の未開の領域を目指して - 2008年10月,
岡岡 善重(熊本大), 横山 利章(千葉工業大), 加藤 満生(琉球大), 大島 利雄(東大・数理工)
第48回 微分方程式に対する逆問題 - 既知と未知が逆転したときに何が補えるか? - 2008年11月,
望月 清(中大・理工), 池島 優(群馬大・工), 磯崎 洋(筑波大・数理工), 渡辺 道之(東京理科大・理工), 山本 昌宏(東大・数理工)
第49回 流体の基礎方程式 - 色々な視点から見た流体方程式 - 2009年2月,
小園 英雄(東北大・理), 西畑 伸也(東工大・情報理工), 清水 嗣丈(静岡大・理), 松本 剛(京大・理・物)
第50回 ラドン交換 - 積分が拓く新しい世界 - 2009年5月,
算 知之(筑波大・数理工), 木村 弘信(熊本・自然), 磯崎 洋(筑波大・数理工), 大島 利雄(東大・数理工)
第51回 正20面体に関する数学その2 - 2009年10月, 作間 誠(広島大・理), 関口 次郎(東京農工大・工), 井上 開輝(近畿大・理工)
第52回 経路積分の数学的基礎 - いつまでも新しい Feynman の発明 - 2010年1月,
一瀬 孝(金沢大・理), 藤原 大輔(学習院大・理), 加藤 晃史(東大・数理工), 熊ノ 郷 直人(工学院大・工)
第53回 シューベルトカルキユラス - 様々な数学の交流点 - 2010年3月,
池田 岳(岡山理科大・理), 前野 俊昭(京大・工), 原田 芽ぐみ(NichMaster Univ.)
第54回 頂点作用素代数入門 2010年10月, 原田 耕一郎(オハイオ州立大), 山内 博(東京女子大), 宗政 昭弘(東北大), 宮本 雅彦(筑波大)
第55回 多変数複素解析 岡の原理 - 誕生から最近の発展まで - 2011年2月,
大沢 健夫(名大・多元), 平地 健吉(東大・数理工), 伊師 英之(名大・多元)
第56回 計算の複雑さの理論とランダムネス 2011年5月, 渡辺 治(東工大・情報理工), 河内 亮岡(東工大・情報理工)
第57回 微分方程式の接線幾何 2011年10月, 佐藤 肇(名大・多元), 垣江 邦夫, 山口 佳三(北大・理)
第58回 モジュラー曲線の数論と幾何 - その魅力と百瀬さんの足跡と 2012年9月, 斎藤 毅(東大・数理工), 玉川 安騎男(京大・数理工), 橋本 喜一郎(早大・理工), 新井 啓介(東京電機大・工), 加藤和也(Chicago大)
第59回 複素多様体上の岡・グラウエルト理論 - 存在定理は空の上に - 2012年10月,
大沢 健夫(名大・多元), 松村 慎一(東大・数理工), 定利 正氏(東北学院大・工)
第60回 結び目理論とその不変量をめぐって 2013年5月,
村杉 邦男(トロント大), 作間 誠氏(広大・理), 森藤 孝之(慶大・経), 合田 洋(東京農工大・工), 森下 昌紀(九大・数理工)
第61回 代数曲面上とその位相不変量をめぐって - 代数曲面の地誌学 - 2014年6月,
宮岡 洋一(東大・数理工), 今野一宏氏(阪大・理), 村上 雅亮氏(鹿児島大・理)

お問い合わせ 又は ご意見等

112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学理工学部数学教室 tel : 03-3817-1745

e-mail : yoshi@math.dnvo-u.ac.jp 三松 佳彦 / sakakura@math.dnvo-u.ac.jp 高倉 樹 (AT を@に変更)

ホームページ : <http://www.math.dnvo-u.ac.jp/ENCwMATH>