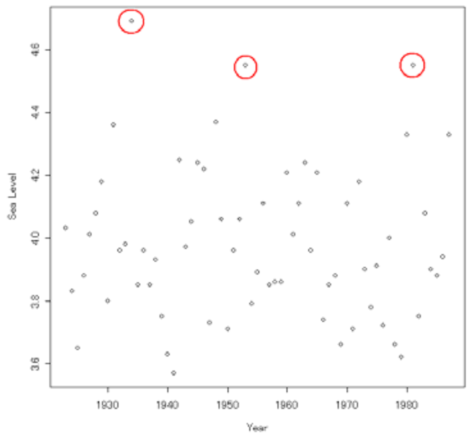
極値統計学特論

教授　鎌倉 稔成

近年，大地震によって引き起こされた大津波あるいは巨大なハリケーンといった，稀にしか起きない現象によってもたらされる災害が目立っている．スマトラ沖大地震及びインド洋津波による被害，アメリカはニューオーリンズを襲ったカトリーナによる被害は記憶に新しい．

これら自然災害は稀な現象だからといって，その被害の大きさから何の対策もたてずに無視できるものではない．このような現象に対しては，稀な現象を取り扱う極値理論を考える必要がある．例えば，海沿いに堤防を造成する際，その大きさを決定するには波の高さの最大値の振る舞いを考慮する必要であるし，降水量，気温，風速などの極値は，土木，建築の安全性規準の指標として重要となってくる．同様に，耐震建築の設計に関して建築地点における最大震度の予測が必要となる．



図．ポートピリーにおける海面の高さ

赤丸で囲った海面高さに注意する必要
（横軸:year，縦軸:SeaLevel）

極値理論は，標本または確率過程の極値（最大値または最小値）の漸近挙動を問題としている．確率標本の極値統計量の漸近分布は，I型のGumbel分布，II型のFrechert分布，III型Weibull分布，の３つ分布族のいずれかに属すことがわかっている．これら３つのタイプの極値分布を一般極値分布として一つの式で表し，極値データの解析が行われる．

【パラメータの最尤推定】

Gumbel分布の標準モデルG_{01}を用いて，極値モデルのパラメータ推定を考えてみる．

G_{01}を Gumbel 分布の分布関数と考え，その確率密度関数を導く（実際には，$G_{01}(x-\mu/\sigma)$としてデータからμとσを推定する）．

このことから尤度関数L，対数尤度関数$\log L(\mu,\sigma)$を導くことが出来る．尤度方程式を解くことで，対数尤度関数の極値を与えるパラメータすなわち最尤推定量$\hat{\mu},\hat{\sigma}$が得られる．

【グラフィカルなパラメータ推定】

ここでは確率紙を用いて推定値を求めることを考える．

位置パラメータμ，尺度パラメータσを導入して，分布を$F(x;\mu,\sigma)$とし，両辺に対し二度の対数変換行うことでパラメータμとσを含む線形式を導くことが出来ます．このことから，もしFが$\hat{F}$のように推定できれば最小二乗法によって直線の傾きと切片から$\hat{\mu},\hat{\sigma}$を求めることが可

能となる．

（文責：経営システム工学専攻　八尾　智希）