ホロサイクル流と 葉層ホロサイクル流

松元　重則

Poincaré 上半平面 $\mathbb{H}$ の向きを保つ等長変換のなす群は、$PSL(2,\mathbb{R})$ と同一視される。その元

$$G^t = \pm\begin{pmatrix} e^{t/2} & 0 \\ 0 & e^{-t/2} \end{pmatrix}, \quad H^t = \pm\begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

の右作用は商空間 $N = \Gamma \setminus PSL(2,\mathbb{R})$（$\Gamma$ は $PSL(2,\mathbb{R})$ の余コンパクト格子）上の流れ g^t, h^t を定める。これを各々、測地流、ホロサイクル流という。点 $x \in N$ の測地流による軌道は様々であり、閉集合をなすもの、稠密なもの、あるいは、閉包が横断的にカントール集合となるものなどがある。一方ホロサイクル流の軌道は均一であり、すべて稠密集合をなす [3]。

これらの流れを次のように一般化する。M を閉多様体、$\mathcal{F}$ を M 上の 2 次元葉層構造、g を葉に沿う Riemann 計量で曲率が -1 であるものとする。このとき葉に沿う単位接ベクトルのなす空間 $\hat{M}$ には自然に群 $\widetilde{PSL(2,\mathbb{R})}$ の局所自由な (右) 作用が定まり、したがってその部分作用として、葉層測地流 g^t および葉層ホロサイクル流 h^t が定義される。

本講演では、$\mathcal{F}$ の各葉は稠密であるとの仮定の下、葉層ホロサイクル流の性質を論ずる。決定的なことをいうことは不可能で、もどかしい状況にあることを、主として共同研究 [4] に基づき報告する。

References

[1] F. Alcalde Cuesta and F. Dal'bo, *Remarks on the dynamics of the horocycle flow for homogeneous foliations by hyperbolic surfaces,* Preprint, arXiv:1410.7181.

[2] F. Alcalde, F.Dal'bo, M. Martínez and A. Verjovsky, *Minimality of the horocycle flow on foliations by heperbolic surfaces with non-trivial topology,* Preprint, arXive:1412.3259 .

[3] G. A. Hedlund, *Fuchsian groups and transitive horocycles,* Duke Math. J. **2**(1936), 530-542.

[4] M. Martínez, S. Matsumoto and A. Verjovsky, *Horocycle flows for laminations by hyperbolic Riemann surfaces and Hedlund's theorem,* Journal of Modern Dynamics, **10**(2016) 113-134.

[5] S. Matsumto, *Weak form of equidistribution theorem for harmonic measures of foliations by hyperbolic surfaces,* Proc. A.M.S. **144**(2016), 1289-1297.

[6] S. Matsumoto, *Horocycle flows without minimal sets,* J. Math. Sci. Univ. Tokyo **23**(2016), 661-673.

[7] S. Matsumoto, *Remarks on the horocycle flows for foliaions by hyperbolic surfaces,* Proc. A.M.S. **145**(2017), 355-362.