ENCOUNTER with MATHEMATICS

第63回
最適輸送理論とリッチ曲率
～物を運ぶと曲率が分かる～

2015 年 2 月 20 日 (金) 10:30 ～ 2 月 21 日 (土)

於：東京都 文京区 春日 **1-13-27**　中央大学理工学部 **5** 号館

2 月 20 日 (金)

10:30 ～ 11:45	モンジュの問題とモンジュ・カントロヴィッチ問題	：桑江 一洋氏 (熊本大・自然科学)
12:05 ～ 13:05	リーマン幾何	：塩谷 隆氏 (東北大・理)
14:30 ～ 15:30	曲率次元条件	：太田 慎一氏 (京大・理)
15:50 ～ 16:50	エントロピーと **Wasserstein** 幾何	：高津 飛鳥氏 (名大・多元数理)
17:10 ～ 18:00	最適輸送理論と熱流	：桒田 和正氏 (東工大・理)

2 月 21 日 (土)

10:30 ～ 11:40	熱流、リーマン的曲率次元条件と **Bochner** 不等式	：桒田 和正氏 (東工大・理)
12:00 ～ 13:00	リーマン的曲率次元条件にまつわる最近の進展	：太田 慎一氏 (京大・理)
13:10 ～	ワインパーティー（懇親会）	

別紙の趣旨に沿った集会の第 63 回を以上のような予定で開催いたします．非専門家向けに入門的な講演をお願い致しました．多くの方々のご参加をお待ちしております．講演者による講演内容へのご案内を添付いたしますので御覧下さい．

尚、この集会は、研究費補助金 基盤研究 (S)「ホモロジー的ミラー対称性の証明」課題番号 23224002 (代表者: 深谷 賢治 (京大・理))、科学研究費補助金 基盤研究 (A) 「幾何学的群論と距離埋め込みの最先端研究」課題番号 23244005 (代表者: 藤原 耕二 (京大・理))、科学研究費補助金 基盤研究 (B)「無限次元リー代数によるリーマン面の位相幾何学的研究」課題番号 24340010 (代表者: 河澄 響矢 (東大・数理)) からの支援を受けています．

連絡先：112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学理工学部数学教室: 03-3817-1745
ENCOUNTER with MATHEMATICS: homepage：http://www.math.chuo-u.ac.jp/ENCwMATH
三松 佳彦：yoshi@math.chuo-u.ac.jp　/　高倉 樹：takakura@math.chuo-u.ac.jp

最適輸送理論とリッチ曲率 〜物を運ぶと曲率が分かる〜

「モンジュの問題とモンジュ・カントロヴィッチ問題」（桑江 一洋）

次の問題を考える．

問題 1 ([22]) ある砂山をそれと同じ体積の穴に移したい．砂粒一つ一つの移動には移動距離に依存したコストがかかるとき，最適な移動のさせ方は何か？

この問題は仏の数学者・工学者である Gaspard Monge の 1781 年の論文 [22] の中で提唱され，モンジュ[1] の最適輸送問題と呼ばれています．さて問題の文面のままでは何が問題なのか分りにくいです．実は砂山の砂粒はそれを移動させたら空中（地中？）で静止してそこに留まっていることを暗に仮定しています．解りやすい形にすると次のようになります．

問題 2 n 個の工場と n 個の店舗があり，各工場から各店舗にそれぞれ一個の製品のみを移動させ距離に応じてコストがかかるとき，総コストを最小にする移動のさせ方はなにか？

問題 2 の解は工場と店の具体的な配置から決まります．しかも移動のさせ方は $n!$ 通りしかないので計算して具体的な解を（しらみつぶしかコンピュータで）求めることが原理的に可能です．最初の問題 1 は問題 2 において工場の個数が無限でしかも至る所密に詰っていて，さらに異動先の店舗も無限で密に詰っている状況の問題と解釈することができます．さらに一歩進めて「密に詰った無限の各工場から密に詰った無限の各店舗に総コストが最小になるような 1 対 1 上への写像を決める問題」と理解できます．問題 1 を数学的に述べると以下のようになります．

問題 3 D_1, D_2 は $\mathbb{R}^3$ の部分集合で同じ体積 1 をもつとする．位置 x の砂を位置 y に移動するのに要するコストは単位体積あたり $c(x,y)$ だとする．D_1 から D_2 への写像 T で次の条件 (1), (2) を満たすものを考える：

(1) T は上への一対一写像である．すなわち $x \neq x'$ ならば $T(x) \neq T(x')$，かつ D_1 の T による像 $T(D_1) = \{T(x) \mid x \in D_1\}$ は D_2 である．

(2) D_1 の任意の部分集合 U に対してその像 $T(U)$ と U の体積は同じである．

<u>これらの条件下</u>で $C(T) := \displaystyle\int_{D_1} c(x, T(x))\, dx$ を最小にする写像 T を求めよ．

[1] モンジュはラプラス，フーリエと並んでナポレオンに仕えた数学者の一人である．真面目で正義感の強い人物だったが，それが災いしてナポレオンを最後まで信奉したため最後には悲惨な末路を迎えた逸話が残っている．

問題 3 はたいへんな難問で解決されるまで長い年月がかかりました．Sudakov [29], [30] が 1976 年にモンジュの問題の解である最適輸送写像 T の存在証明を発表しましたが，それには一部誤りがありました．修復された証明は強い仮定の下で Evans–Gangbo [13] (1999)，密度をもつ仮定の下で Ambrosio [1] (2000)，Trudinger–Wang [31] (2001)，Caffarelli–Feldman–McCann [11] (2002) 等によりなされました．

Sudakov 以前にこの問題に関して重要なアイディアを提出したのがロシアの数学者・経済学者 Leonid Kantorovich（レオニード・カントロヴィッチ，1912–1986）です．カントロビッチは線形計画法の創始者でもあり，その功績により 1975 年にノーベル経済学賞を受賞してします．カントロビッチはモンジュの問題を，写像を決めるのでなく，「工場の散らばり（確率分布 μ）と店舗の散らばり（確率分布 ν）が与えられているときに x から y への移動コスト $c(x,y)$ の総コスト

$$C(\pi) := \int_{\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n} c(x,y)\,\pi(dxdy)$$

が最小になるような工場と店舗の配置の結合分布 π（輸送プラン）を決めよ」という問題に置き換えました．これをモンジュ・カントロビッチ問題（以下 MK 問題）と呼びます．MK 問題はモンジュの問題よりは解決が数学的に易しく，MK 問題の解から対応するモンジュの問題の解 T の満たすべき性質が予想できます．そのことに基づいてコスト関数 $c(x,y)$ が良い条件を満たすとき初めて厳密に解いたのが Yann Brenier です．

定理 4 (Yann Brenier (1987), cf. [8, 9]) μ,ν が密度をもつ $\mathbb{R}^n$ 上の連続型確率分布で 2 次の積率をもつときに，コスト関数 $c(x,y) = |x-y|^2$ に対する MK 問題の解 $\pi \in \Pi(\mu,\nu)$ に対して $\pi(A \times B) = \mu(A \cap T^{-1}(B)), \forall A, B \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^n)$ を満たす写像 $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ が存在する．さらに凸関数 $\varphi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ で $T = \nabla\varphi$ a.e. をみたすものが存在する．ここで

$$\Pi(\mu,\nu) := \{\pi \in \mathcal{P}(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n) \mid \pi(A \times \mathbb{R}^n) = \mu(A), \pi(\mathbb{R}^n \times B) = \nu(B)\ \forall A, B \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^n)\}$$

は μ, ν の結合分布（カップリング）と呼ばれる確率測度の全体である．

この講演では以上の歴史的背景からカントロヴィッチ双対性と 2 次積率有限確率測度空間上の Wasserstein 距離にまつわるところまでお話したい．

※参考文献は [32], [33], [34]

「リーマン幾何」（塩谷 隆）

リーマン幾何の研究においては，曲率に条件をおいたとき，リーマン多様体の構造を調べることが一つの重要な目的である．古典的には，例えば球面定理が一つの主要なトピックであった．1980 年代に Gromov は，曲率が一様に下に有界なリーマン多様体の族を包

括的な方法で調べる手段として，リーマン多様体の収束理論を提唱した．そこでは，リーマン多様体の列に対して，その **Gromov–Hausdorff** 極限を調べることにより，リーマン多様体を研究する．極限の次元が収束するリーマン多様体の次元より真に小さくなるとき，そのような収束を崩壊と呼ぶが，一般には非崩壊の収束より崩壊の方が問題がより難しくなる．当初は極限としてリーマン多様体を考えていたが，その後，一般の特異点をもつような極限空間の研究も発展してきた．断面曲率の下限が有界なリーマン多様体の列の極限はアレクサンドロフ空間と呼ばれるものになる．アレクサンドロフ空間は，断面曲率の下限条件の概念をもつ距離空間であり，一般には極めて複雑な特異点をもちうることが知られている．アレクサンドロフ空間の理論は従来のリーマン幾何の手法では解けなかった幾つかの重要な問題の解決に役立った．その中でも，ポアンカレ予想・幾何化予想の証明の一つのステップである体積崩壊定理の証明では主要な役割を果たした．さて上記断面曲率の研究から，リッチ曲率の下限条件を一般化しようというのは，自然な研究の方向性である．これについては長らく真に有効な定義が見つからなかったが，Otto らによる最適輸送理論とリッチ曲率との関係の示唆により，Sturm, Lott–Villani が測度距離空間上に適切なリッチ曲率の下限条件を定義した．本講演では，上記リーマン幾何の歴史的な背景を説明しつつ，断面曲率とリッチ曲率の下限条件における各種の比較定理（Toponogov の比較定理，Bishop–Gromov, Brunn–Minkowski の不等式）を紹介し，Gromov により展開されたリーマン多様体の収束・崩壊理論の基礎（即ち Metric Geometry の基礎）として，Gromov–Hausdorff 距離，Gromov のプレコンパクト性定理を解説する．リッチ曲率の下限条件の一般化については，この後に太田氏が解説する．

※参考文献は [10], [17], [36], [35].

「曲率次元条件」（太田 慎一）

リーマン多様体においてリッチ曲率の下限（実定数 K 以上）を特徴づける性質として，曲率次元条件 $\mathrm{CD}(K,\infty)$ を Wasserstein 空間上の相対エントロピーの K 凸性として定義する．曲率次元条件はより一般に $K \in \mathbb{R}$ と $N \in (1,\infty]$ に対して定義され（$\mathrm{CD}(K,N)$），リーマン多様体に対してはリッチ曲率が K 以上かつ次元が N 以下であることと同値である．これらの概念は Sturm と Lott–Villani により独立に導入された．曲率次元条件という呼び名は，Bakry–Émery らのいわゆる Γ-calculus で用いられていたもの（リーマン多様体では Bochner 不等式に当たる）からの流用である．

曲率次元条件は距離と測度のみを用いて定式化されるため，微分構造を持たない測度距離空間に対しても意味があり，$\mathrm{CD}(K,N)$ を満たす空間は「リッチ曲率が K 以上かつ次元が N 以下」と見なすことができる．1 つ前の塩谷氏の講演で触れられたプレコンパクト性に関連する重要な性質として，$\mathrm{CD}(K,N)$ は測度距離空間の測度つき Gromov–Hausdorff 収束で保たれる．特に，リッチ曲率を下から，次元を上から一様に押さえられたリーマン

多様体の列の Gromov–Hausdorff 極限は曲率次元条件を満たす．

CD(K, N) からはリーマン多様体と類似の様々な性質が導かれる．ここでは特に幾何的なものとして，Bishop–Gromov 体積比較，Bonnet–Myers の定理，Brunn–Minkowski 不等式の拡張を述べる．（解析的な性質は桒田氏，高津氏の講演で扱う．）また，曲率次元条件を満たすリーマン多様体以外の例についても触れる．

※参考文献は [33], [34]．原論文は [26], [27], [28], [20], [21].

「エントロピーと **Wasserstein** 幾何」（高津 飛鳥）

前講演で太田氏が紹介した「リッチ曲率の下限を相対エントロピーの Wasserstein 距離に関する K 凸性を用いて特徴付ける」先駆研究として，Otto [24] の研究がある．Otto はユークリッド空間上の Wasserstein 空間の「リーマン構造」を考え，そして熱流や多孔質媒体流を Boltzmann エントロピーや Tsallis エントロピーの Wasserstein 勾配流と見なした．

本講演では Otto が導入した Wasserstein 空間のリーマン構造を紹介し，その後そのリーマン構造に対するエントロピーの勾配やヘッシアンを計算する．そして，エントロピーの凸性から種々の関数不等式（対数 Sobolev 不等式，Talagrand 不等式，HWI 不等式等）を導く（[25], [21] 参照）．

「最適輸送理論と熱流」（桒田 和正）

確率測度の空間に Wasserstein 距離を付与することで定まる形式的リーマン構造に基づき，熱流は（確率測度の空間上の曲線として）相対エントロピー汎関数の勾配流と解釈できる．実は，Ambrosio, Gigli, Savaré による距離空間上の勾配流の理論 [3] を適用することで，この勾配流を厳密に定式化できる．更に，リーマン多様体等の多くの自然な設定で，相対エントロピーの凸性（曲率次元条件！）の下，熱流の古典的な定式化である「L^2-空間の，Dirichlet エネルギー汎関数の勾配流」が，この勾配流と（然るべき枠組で）一致することが，一連の研究により明らかにされてきた．これら 2 つの勾配流は，いずれも抽象的な測度距離空間上で定式化することができ，より一般の（曲率次元条件をみたす）空間でも一致することが期待された．一方で，それらの（特異）空間では通常の微積分に基づく偏微分方程式の手法が利用できないため，本質的に異なる手法が必要になる．本講演では，このような歴史的経緯を概観し，新手法による Alexandrov 空間上での結果 [16] を土台とした，測度距離空間上の熱流の同定に関する Ambrosio, Gigli, Savaré らの理論 [4, 5, 2] を紹介する．ここでは，最適輸送理論における基本的な道具である Kantorovich 双対性と，双対問題の補間に現れる Hopf–Lax 半群（および，その半群が Hamilton–Jacobi 方程式の解を与えること）が本質的な役割を果たす．

「熱流，リーマン的曲率次元条件と **Bochner** 不等式」（桒田 和正）

最適輸送理論に基づく曲率次元条件と Bochner 不等式が一般の（通常の可微分構造を持つとは限らない）測度距離空間上で同値となること，そして，そこで熱流が本質的な役割を果たすことを紹介する（次元が無条件の場合は [5, 6, 2]，一般の場合は [12] に基づく）．実際，証明の過程でこれらと同値な条件が熱流の性質として定式化される．なお，測度距離空間上の幾何解析における Bochner 不等式の応用は，次の太田氏の講演で扱う．「リッチ曲率の下限と次元の上限」の解析的な特徴づけとして，Bakry, Émery, Ledoux らの研究が 1980 年代半ばから知られている（[7]，および，その参考文献を参照のこと）．彼らの理論は Dirichlet エネルギー汎関数の勾配流としての熱流，あるいはより一般に作用素の半群（およびその生成作用素）を用いた抽象的な枠組みで機能し，幾何解析および関数不等式に関する膨大な応用がある．一方，彼らの理論では仮定として Bochner 不等式を用いるため，理論の抽象性に比して，その枠組に入る特異空間は限られていた．曲率次元条件を Bochner 不等式と結びつけることで，リーマン多様体の Gromov–Hausdorff 極限を含む多くの特異空間で，彼らの理論を適用する道が拓かれたと言える．件の同値性を議論する枠組として，「無限小ヒルベルト的」の概念を導入する．これは，「接空間の計量が内積を定める」ことの，ある種の（接空間の概念を用いない）解析的な定式化である．また，この条件下での曲率次元条件を「リーマン的曲率次元条件」という．この条件の付加により，ある程度の一般性を保ちつつフィンスラー的な空間が除外される．実際，フィンスラー多様体上では熱分布がリーマン多様体上とは異なる挙動を示し [23]，同様の論法による理論展開が期待できない．また，相対エントロピーの（強い意味での）凸性として定式化される「エントロピー的曲率次元条件」の導入（および，既存の曲率次元条件との同値性）が，一般の（次元の上限の情報を含む）場合を扱う上で要となる．熱分布が相対エントロピーの勾配流であることを利用すると，この条件から導かれる熱分布の性質を介して Bochner 不等式を示すことができる．

「リーマン的曲率次元条件にまつわる最近の進展」（太田 慎一）

最後の講演では，リーマン的曲率次元条件を満たす測度距離空間の幾何構造についての最近の進展を概説する．詳細は未定だが，Gigli による Cheeger–Gromoll 型の分解定理 [14]，Ketterer による正曲率の場合の剛性定理（最大直径定理 [18]，小畠の定理 [19]），小畠の定理の証明で用いられる Gigli の 2 階弱微分構造 [15] などの著しい進展がある．これら全てで鍵になるのが，Bochner 不等式である．

参考文献

[1] L. Ambrosio, *Lecture notes on optimal transport problems.* Mathematical aspects of evolving interfaces (Funchal, 2000), 1–52, Lecture Notes in Math., **1812**, Springer, Berlin, 2003.

[2] L. Ambrosio, N. Gigli, A. Mondino and T. Rajala, *Riemannian Ricci curvature lower bounds in metric measure spaces with σ-finite measure.* Trans. Amer. Math. Soc. (to appear). Available at arXiv:1207.4924

[3] L. Ambrosio, N. Gigli and G. Savaré, Gradient flows in metric spaces and in the space of probability measures (second ed.). Birkhäuser Verlag, Basel, 2008.

[4] L. Ambrosio, N. Gigli and G. Savaré, *Calculus and heat flow in metric measure spaces and applications to spaces with Ricci bounds from below.* Invent. Math. **195** (2013), 289–391.

[5] L. Ambrosio, N. Gigli and G. Savaré, *Metric measure spaces with Riemannian Ricci curvature bounded from below.* Duke Math. J. **163** (2014), 1405–1490.

[6] L. Ambrosio, N. Gigli and G. Savaré, *Bakry–Émery curvature-dimension condition and Riemannian Ricci curvature bounds.* Ann. Probab. **43** (2015), 339–404.

[7] D. Bakry, I. Gentil and M. Ledoux, Analysis and geometry of Markov diffusion operators. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften **348**, Springer, Cham, 2014.

[8] Y. Brenier, *Décomposition polaire et réarrangement monotone des champs de vecteurs* (French) [Polar decomposition and increasing rearrangement of vector fields]. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. **305** (1987), no. 19, 805–808.

[9] Y. Brenier, *Polar factorization and monotone rearrangement of vector-valued functions.* Comm. Pure Appl. Math. **44** (1991), no. 4, 375–417.

[10] D. Burago, Y. Burago, S. Ivanov, A course in metric geometry. Graduate Studies in Mathematics, **33**. American Mathematical Society, Providence, RI, 2001.

[11] L. A. Caffarelli, M. Feldman and R. McCann, *Constructing optimal maps for Monge's transport problem as a limit of strictly convex costs.* J. Amer. Math. Soc. **15** (2002), no. 1, 1–26.

[12] M. Erbar, K. Kuwada and K.-Th. Sturm, *On the Equivalence of the entropic curvature-dimension condition and Bochner's inequality on metric measure spaces.* Invent. Math. (to appear). Available at arXiv:1303.4382

[13] L. C. Evans and W. Gangbo, *Differential equations methods for the Monge-Kantorovich mass transfer problem.* Mem. Amer. Math. Soc. **137** (1999), no. 653, viii+66 pp.

[14] N. Gigli, *The splitting theorem in non-smooth context.* Available at arXiv:1302.5555

[15] N. Gigli, *Nonsmooth differential geometry – An approach tailored for spaces with Ricci curvature bounded from below.* Available at arXiv:1407.0809

[16] N. Gigli, K. Kuwada and S. Ohta, *Heat flow on Alexandrov spaces.* Comm. Pure Appl. Math. **66** (2013), 307–331.

[17] M. Gromov, Metric structures for Riemannian and non-Riemannian spaces. Based on the 1981 French original. With appendices by M. Katz, P. Pansu and S. Semmes. Translated from the French by Sean Michael Bates. Reprint of the 2001 English edition. Modern Birkhäuser Classics. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 2007.

[18] C. Ketterer, *Cones over metric measure spaces and the maximal diameter theorem.* J. Math. Pures Appl. (to appear). Available at arXiv:1311.1307

[19] C. Ketterer, *Obata's rigidity theorem for metric measure spaces.* Available at arXiv:1410.5210

[20] J. Lott and C. Villani, *Weak curvature conditions and functional inequalities.* J. Funct. Anal. **245** (2007), 311–333.

[21] J. Lott and C. Villani, *Ricci curvature for metric-measure spaces via optimal transport.* Ann. of Math. **169** (2009), 903–991.

[22] G. Monge, *Mémoire sur la théorie des déblais et des remblais.* In Histoire de l'Académie Royale des Sciences de Paris (1781), pp. 666–704.

[23] S. Ohta and K.-Th. Sturm, *Non-contraction of heat flow on Minkowski spaces.* Arch. Ration. Mech. Anal. **204** (2012), 917–944.

[24] F. Otto, *The geometry of dissipative evolution equations: the porous medium equation.* Comm. Partial Differential Equations **26** (2001), 101–174.

[25] F. Otto and C. Villani, *Generalization of an inequality by Talagrand and links with the logarithmic Sobolev inequality.* J. Funct. Anal. **173** (2000), 361–400.

[26] M.-K. von Renesse and K.-T. Sturm, *Transport inequalities, gradient estimates, entropy and Ricci curvature.* Comm. Pure Appl. Math. **58** (2005), 923–940.

[27] K.-T. Sturm, *On the geometry of metric measure spaces. I.* Acta Math. **196** (2006), 65–131.

[28] K.-T. Sturm, *On the geometry of metric measure spaces. II.* Acta Math. **196** (2006), 133–177.

[29] V. N. Sudakov, *Geometric problems of the theory of infinite-dimensional probability distributions.* (Russian) Trudy Mat. Inst. Steklov. **141** (1976), 191 pp.

[30] V. N. Sudakov, *Geometric problems in the theory of infinite-dimensional probability distributions.* Cover to cover translation of Trudy Mat. Inst. Steklov **141** (1976). Proc. Steklov Inst. Math. 1979, no. 2, i–v, 1–178.

[31] N. S. Trudinger and X.-J. Wang, *On the Monge mass transfer problem.* Calc. Var. Partial Differential Equations **13** (2001), no. 1, 19–31.

[32] C. Villani, Topics in optimal transportation. American Mathematical Society, Providence, RI, 2003.

[33] C. Villani, Optimal transport, old and new. Springer-Verlag, Berlin, 2009.

[34] 太田 慎一，確率測度の空間の幾何学．数学 第 63 巻 (2011), 21–42.

[35] 大津幸男，山口孝男，塩谷隆，加須栄篤，深谷賢治，リーマン多様体とその極限．数学メモアール 第 3 巻，日本数学会.

[36] 酒井隆，リーマン幾何学．裳華房.

ENCOUNTER with MATHEMATICS

(数学との遭遇, d'après Rencontres Mathématiques) へのご案内

中央大学 理工学部 数学教室

当研究科では France・Lyon の Ecole Normale Supérieure de Lyon で行われている RENCONTRES MATHEMATIQUES の形式を踏襲した集会 "ENCOUNTER with MATHEMATICS" (数学との遭遇) を年 4 回ほどのペースで開催しております。

France では、2 か月に一度の Rencontres Mathématiques と、皆様よくご存知の年に 4 回の Seminaire Bourbaki という、二つの特徴ある研究集会が行われています。これらの集会では、多くの数学者が理解したいと思ってるテーマ、又は、より多くの数学者に理解させるべきであると思われるテーマについて、その方面の (その研究を直接行った本人とは限らない) 専門家がかなり良い準備をし、大変すばらしい解説をしています。

勿論、このような集会は、France に限らず、日本や世界中で行われており、Surveys in Geometry 等は、その好例と言えるでしょう。そのなかで Rencontres Mathématiques は分野・テーマを限定せずに、定期的に集会を開催しているという点で、特徴のある集会として、評価されていると思います。

Seminaire Bourbaki は、各講演 1 時間、1 回読み切りで、講演内容の level は、講究録で良く分かるとおりです。一方、Rencontres Mathématiques は、毎回テーマを一つに決め、二日間で計 5 講演、そのうち 3 つは、柱となる連続講演で、level は、Seminaire Bourbaki に比べ、より一般向きに、やさしくなっていますが、逆に、講演の準備は、大変かもしれません。

実際に ENS-Lyon で Rencontres Mathématiques がどのように運営されているかということについては、雑誌 "数学" 1992 年 1 月号の坪井俊氏の紹介記事を以下に抜粋させて頂きますので御覧ください。

ここ ENS. Lyon の特色として，ほとんど毎月行われているランコントル・マテマティークがあります．これは 1988 年秋から行われているそうですが，金曜，土曜に 1 つのテーマの下に 5 つの講演を行っています．その 1, 3, 5 番目の 3 つは同一講演者によるもので，残りの 2 つは一応それをサポートするも のという形をとっています．1 つの分野のトピックを理解しようとするとき にはなかなか良い形式だと思いました．

私が興味をもって参加したものでは，1 月には '3 次元のトポロジー'（金曜に Turaev, De la Harpe, Turaev, 土曜に Boileau,Turaev），3 月には ' 複素力学系 '（金曜に Douady, Kenyon, Douady, 土曜に Tan Lei, Douady），5 月には ' 1 次元の幾何学 '（金曜に Sullivan, Tsuboi, Sullivan, 土曜に Zeghib, Sullivan）がありました．これまでのテーマでは，' 天体力学 '，' 複素解析 '，' ブラウン運動 '，' 数論 '，' ラムダカルキュラス ' など数学全般にわたっています．

ほとんどの参加者は外部から来るのですが，ENS.-Lyon には建物の内部に付属のアパートがあって，40〜50 人のリヨン市外からの参加者はそこに宿泊できるようになっています．ランコントル・マテマティークは自由参加ですが，参加する場合は，宿泊費，建物内のレストランで食べ放題の昼食代は ENS. Lyon の負担ですから，とても参加しやすい研究集会です．ランコントル・マテマティークのテーマ，内容や講演者を考え，実際の運営にあたっている ENS. Lyon のスタッフの努力で，フランスの新しい重要なセミナーとして評価されていると思います．

実際、 Rencontres Mathématiques は多くの数学者に対して根深い数学文化を身につけるための良い機会として重要な役割を果しているのみならず、若い大学院生たちに数学のより深い研究への動機付けを与える大切な場面を提供しています。

ENCOUNTER with MATHEMATICS もこれらのことを目標としたいと考えていますので、大学院生をはじめ多くの数学者の参加をお待ちしております。

このような主旨のもとに、

- 特定の分野へのテーマの集中は避ける
- up to date なテーマも良いが、古典的なテーマも取りあげる

といった点を特に注意して進めていきたいと考えています。

取りあげるテーマ等、この企画に関する皆様のご意見をお寄せ下さい。

これまでに行われた ENCOUNTER with MATHEMATICS (講演者敬称略)

第 1 回 **岩澤理論と FERMAT 予想** 1996 年 11 月, 加藤 和也 (東工大・理), 百瀬 文之 (中大・理工), 藤原 一宏 (名大・多元)
第 2 回 **幾何学者は物理学から何を学んだか** 1997 年 2 月, 深谷 賢治 (京大・理), 古田 幹雄 (京大・数理研)
第 3 回 **粘性解理論への招待** 5 月, 石井 仁司 (都立大・理), 儀我 美一 (北大・理), 小池 茂昭 (埼玉大・理), 長井 英生 (阪大・基礎工)
第 4 回 **Mordell-Weil 格子** 9 月, 塩田 徹治 (立教大・理), 寺杣 友秀 (東大・数理), 斎藤 毅 (東大・数理)
第 5 回 **WEB 幾何学** 11 月, 中居 功 (北大・理), 佐藤 肇 (名大・多元)
第 6 回 **トロイダル・コンパクト化** 1998 年 2 月, 佐武 一郎 (中大・理工), 石井 志保子 (東工大・理), 藤原一宏 (名大・多元)
第 7 回 **天体力学** 4 月, 伊藤 秀一 (東工大・理), 小野 薫 (お茶大・理), 吉田 春夫 (国立天文台)
第 8 回 **TORIC 幾何** 6 月, 小田 忠雄 (東北大・理), 桝田 幹也 (阪市大・理) , 諏訪 紀幸 (中大・理工), 佐藤 拓 (東北大・理)
第 9 回 **実 1 次元力学系** 10 月, 坪井 俊 (東大・数理), 松元 重則 (日大・理工), 皆川 宏之 (北大・理)
第 10 回 **応用特異点論** 1999 年 2 月, 泉屋 周一 (北大・理), 石川　剛郎 (北大・理) , 佐伯 修 (広島大・理)
第 11 回 **曲面の写像類群** 4 月, 森田 茂之 (東大・数理), 河澄 響矢 (東大・数理), 阿原 一志 (明大・理工), 中村 博昭 (都立大・理)
第 12 回 **微分トポロジーと代数的トポロジー** 6 月,
服部 晶夫 (明大・理工), 佐藤 肇 (名大・多元), 吉田 朋好 (東工大・理), 土屋 昭博 (名大・多元)
第 13 回 **超平面配置の数学** 10 月, 寺尾 宏明 (都立大・理), 吉田 正章 (九大・数理), 寺杣 友秀 (東大・数理), 斎藤 恭司 (京大・数理研)
第 14 回 **Lie 群の離散部分群の剛性理論** 2000 年 2 月, 金井 雅彦 (名大・多元), 納谷 信 (名大・多元), 井関 裕靖 (東北大・理)
第 15 回 **岩澤数学への招待** 4 月, 栗原 将人 (都立大・理), 佐武 一郎 (東北大/UC Berkeley), 尾崎 学 (島根大・総合理工),
市村 文男 (横浜市大・理), 加藤 和也 (東大・数理)
第 16 回 **Painlevé 方程式** 6,7 月, 岡本 和夫 (東大・数理), 梅村 浩 (名大・多元), 坂井 秀隆 (東大・数理), 山田 泰彦 (神戸大・理)
第 17 回 **流体力学** 12 月, 木村 芳文 (名大・多元), 今井　功, 宮川 鉄郎 (神戸大・理), 吉田 善章 (東大・新領域創成科学)
第 18 回 **Poincaré 予想と３次元トポロジー** 2001 年 2 月, 小島 定吉 (東工大・情報理工), 加藤 十吉 (九大・理), 松本 幸夫 (東大・数理),
大槻 知忠 (東工大・情報理工), 吉田 朋好 (東工大・理)
第 19 回 **Invitation to Diophantine Geometry** 4 月, 平田 典子 (日大・理工), 宍倉 光広 (京大・理), 小林 亮一 (名大・多元数理)
第 20 回 **不変式論のルネサンス** 9 月, 梅田 亨 (京大・理), 向井 茂 (京大・数理研), 寺西 鎮男 (名大・多元数理)
第 21 回 **実解析への誘い** 10 月, 新井 仁之 (東大・数理), 宮地 晶彦 (東京女子大・文理), 小澤 徹 (北大・理)，木上 淳 (京大・情報)
第 22 回 **「離散」の世界** 2002 年 2 月, 砂田利一 (東北大・理), 小谷元子 (東北大・理), 藤原耕二 (東北大・理), 井関裕靖 (東北大・理)
第 23 回 **複素力学系** 6 月，宍倉光広 (京大・理), 松崎克彦 (お茶大・理), 辻井 正人 (北大・理)
第 24 回 **双曲幾何** 10 月，小島 定吉 (東工大・情報理工), 大鹿 健一 (阪大・理), 藤原 耕二 (東北大・理), 藤原 一宏 (名大・多元)
第 25 回 **Weil 予想** 12 月, 堀田 良之 (岡山理大・理), 藤原 一宏 (名大・多元), 斎藤 毅 (東大・数理), 宇澤 達 (名大・多元)
第 26 回 **極小曲面論入門** 2003 年 3 月,
山田 光太郎 (九大・数理), 小磯 深幸 (京教大・教育), 梅原 雅顕 (広大・理), 宮岡 礼子 (上智大・理工)
第 27 回 **分岐被覆と基本群** 4 月, 難波 誠 (阪大・理), 岡 睦雄 (都立大・理), 島田 伊知朗 (北大・理), 徳永 浩雄 (都立大・理)
第 28 回 **リーマン面の退化と再生** 11 月, 足利 正 (東北学院大・工), 今吉 洋一 (阪市大・理), 松本 幸夫 (東大・数理), 高村 茂 (京大・理)
第 29 回 **確率解析** 12 月, 楠岡 成雄 (東大・数理), 重川 一郎 (京大・理), 谷口 説男 (九大・数理)
第 30 回 **Symplectic 幾何と対称性** 2004 年 3 月,
小野 薫 (北大・理), 森吉 仁志 (慶応大・理工), 高倉 樹 (中大・理工), 古田 幹雄 (東大・数理), 太田 啓史 (名大・多元)
第 31 回 **スペクトル・散乱理論** 2004 年 12 月, 池部 晃生, 峯 拓矢 (京大・理), 谷島 賢二 (学習院大・理), 久保 英夫 (阪大・理),
山田 修宣 (立命館大・理工), 田村 英男 (岡山大・理)
第 32 回 **山辺の問題** 2005 年 1 月, 小林　治 (熊本大・理), 芥川 和雄 (東京理大・理工), 井関 裕靖 (東北大・理)
第 33 回 **双曲力学系-安定性と混沌-** 2005 年 2 月, 国府 寛司 (京大・理), 林 修平 (東大・数理), 浅岡 正幸 (京大・理), 三波 篤郎 (北見工大)
第 34 回 **非線型の特殊函数論〜Painlevë 方程式の応用** 2005 年 7 月,
大山 陽介 (阪大・情報), 村瀬 元彦 (UC Davis), 筧 三郎 (立教大・理)
第 35 回 **山辺不変量 -共形幾何学の広がり-** 2005 年 12 月, 小林 治 (熊本大・理), 石田 政司 (上智大・理工), 芥川 和雄 (東京理大・理工)
第 36 回 **正 20 面体にまつわる数学** 2006 年 3 月, 増田 一男 (東工大・理), 加藤 文元 (京大・理), 橋本 義武 (阪市大・理)
第 37 回 **数学者のための分子生物学入門ー新しい数学を造ろうー** 2006 年 6 月, 加藤 毅 (京大・理), 阿久津 達也 (京大化学研究所),
岡本 祐幸 (名大・理)，斉藤 成也 (国立遺伝学研究所)，田中 博 (東京医科歯科大)
第 38 回 **幾何学と表現論 - Kostant–関口対応をめぐって -** 2006 年 12 月,
関口 次郎 (東京農工大・工), 中島 啓 (京大・理), 落合 啓之 (名大・多元)，竹内 潔 (筑波大・数学系)
第 39 回 **Lusternik-Schnirelmann カテゴリ** 2007 年 3 月,
岩瀬 則夫 (九大・数理), Elmar VOGT (東大・数理/ベルリン自由大), 松元 重則 (日大・理工), 田中 和永 (早大・理工)
第 40 回 **力学系のゼータ関数 – 古典力学と量子力学のカオス –** 2007 年 5 月,
首藤 啓 (首都大・理工), 盛田 健彦 (広大・理), 辻井 正人 (九大・数理)
第 41 回 **Euler 生誕３００年 ー Euler 数と Euler 類を巡って** 2007 年 9 月,
佐藤 肇, 秋田 利之 (北大・理), Danny Calegari (Caltech/東工大・情報理工), 松本 幸夫 (学習院大・理), 森田 茂之 (東大・数理)
第 42 回 **Euler 生誕３００年 ー Euler からゼータの世界へー** 2007 年 11 月,
黒川 信重 (東工大・理工), 落合 啓之 (名大・多元), 平野 幹 (成蹊大・理工), 権 寧魯 (九大・数理)

第 43 回 **Euler ３００歳記念 流体力学・変分学編ー始祖の業績と現在・未来への展開ー** 2008 年 2 月,
岡本 久 (京大・数理研), 鈴木 貴 (阪大・基礎工), 木村 芳文 (名大・多元)

第 44 回 **環境数理におけるモデリングとシミュレーション〜数学は環境問題に貢献できるか〜**2008 年 3 月,
水藤 寛 (岡山大・環境), 太田 欽幸 (中大・理工), 伊藤 昭彦 (国立環境研究所), 柳野 健 (気象庁・気象研究所),
渡辺 雅二 (岡山大・環境)

第 45 回 **McKay 対応を巡って** 2008 年 5 月, 松澤 淳一 (奈良女子大・理), 石井 亮 (広大・理), 伊藤 由佳理 (名大・多元),
John McKay(Concordia 大／京大・数理研), 植田 一石 (阪大・理)

第 46 回 **幾何学的変分問題 – 神の選択・人間の方法 –** 2008 年 9 月,
西川 青季 (東北大・理), 長澤 壯之 (埼玉大・理), 利根川 吉廣 (北大・理)

第 47 回 **アクセサリー・パラメーターとモノドロミー – 微分方程式の未開の領域を目指して –** 2008 年 10 月,
原岡 喜重 (熊本大), 横山 利章 (千葉工業大), 加藤 満生 (琉球大), 大島 利雄 (東大・数理)

第 48 回 **微分方程式に対する逆問題 –既知と未知が逆転したときに何が視えるか？ –** 2008 年 11 月,
望月 清 (中大・理工), 池畠 優 (群馬大・工), 磯崎 洋 (筑波大・数理), 渡辺 道之 (東京理科大・理工), 山本 昌宏 (東大・数理)

第 49 回 **流体の基礎方程式 –色々な視点から見た流体方程式–** 2009 年 2 月,
小薗 英雄 (東北大・理), 西畑 伸也 (東工大・情報理工), 清水 扇丈 (静岡大・理), 松本 剛 (京大・理・物)

第 50 回 **ラドン変換 –積分が拓く新しい世界–** 2009 年 5 月,
筧 知之 (筑波大・数理), 木村 弘信 (熊大・自然), 磯崎 洋 (筑波大・数理), 大島 利雄 (東大・数理)

第 51 回 **正 20 面体にまつわる数学–その 2 –** 2009 年 10 月, 作間 誠 (広島大・理), 関口 次郎 (東京農工大・工), 井上 開輝 (近畿大・理工)

第 52 回 **経路積分の数学的基礎 –いつまでも新しい Feynman の発明–** 2010 年 1 月,
一瀬 孝 (金沢大・理), 藤原 大輔 (学習院大・理), 加藤 晃史 (東大・数理), 熊ノ郷 直人 (工学院大・工)

第 53 回 **シューベルトカルキュラス –様々な数学の交流点–** 2010 年 3 月,
池田 岳 (岡山理科大・理), 前野 俊昭 (京大・工), 原田 芽ぐみ (McMaster Univ.)

第 54 回 **頂点作用素代数入門** 2010 年 10 月, 原田 耕一郎 (オハイオ州立大), 山内 博 (東京女子大), 宗政 昭弘 (東北大), 宮本 雅彦 (筑波大)

第 55 回 **多変数複素解析 岡の原理 –誕生から最近の発展まで–** 2011 年 2 月,
大沢 健夫 (名大・多元), 平地 健吾 (東大・数理), 伊師 英之 (名大・多元)

第 56 回 **計算の複雑さの理論とランダムネス** 2011 年 5 月, 渡辺 治 (東工大・情報理工), 河内 亮周 (東工大・情報理工)

第 57 回 **偏微分方程式の接触幾何** 2011 年 10 月, 佐藤 肇 (名大・多元), 垣江 邦夫, 山口 佳三 (北大・理)

第 58 回 **モジュラー曲線の数論と幾何 -その魅力と百瀬さんの足跡と** 2012 年 9 月, 斎藤 毅 (東大・数理), 玉川 安騎男 (京大・数理研),
橋本 喜一郎 (早大・理工), 新井 啓介 (東京電機大・工), 加藤和也 (Chicago 大)

第 59 回 **複素多様体上の岡・グラウエルト理論 –存在定理は空の上に–** 2012 年 10 月,
大沢 健夫 (名大・多元), 松村 慎一 (東大・数理), 足利 正氏 (東北学院大・工)

第 60 回 **結び目理論とその不変量をめぐって** 2013 年 5 月,
村杉 邦男 (トロント大), 作間 誠氏 (広大・理), 森藤 孝之 (慶大・経), 合田 洋 (東京農工大・工), 森下 昌紀 (九大・数理)

第 61 回 **代数曲面とその位相不変量をめぐって –代数曲面の地誌学–** 2014 年 6 月,
宮岡 洋一 (東大・数理), 今野 一宏 (阪大・理), 村上 雅亮 (鹿児島大・理)

第 62 回 **波動方程式 –古典物理から相対論まで–** 2014 年 9 月,
小澤 徹 (早大・理工), 山口 勝 (東海大・理), 松山 登喜夫 (中大・理工), 中村 誠 (山形大・理)

お問い合わせ 又は ご意見等
112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学理工学部数学教室 tel：03-3817-1745
e-mail：yoshiATmath.chuo-u.ac.jp 三松 佳彦 / takakuraATmath.chuo-u.ac.jp 高倉 樹 (AT を@に変更)
ホームページ：http://www.math.chuo-u.ac.jp/ENCwMATH