

命題 1.21 の補足

澤野嘉宏

$$m^*(G) = \inf \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} |R_j| : G \subset \bigcup_{j=1}^{\infty} R_j \text{ 各 } R_j \text{ は開直方体} \right\}$$

であつた.したがつて,

$$m^*(A_{a,b}(G)) = \inf \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} |R_j| : A_{a,b}(G) \subset \bigcup_{j=1}^{\infty} R_j \text{ 各 } R_j \text{ は開直方体} \right\}$$

である.各 R_j を開直方体 S_j を用いて $A_{a,b}(S_j)$ と表して,

$$m^*(A_{a,b}(G)) = \inf \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} |A_{a,b}(S_j)| : A_{a,b}(G) \subset \bigcup_{j=1}^{\infty} A_{a,b}(S_j) \text{ 各 } S_j \text{ は開直方体} \right\}$$

である.ここで,

$$\bigcup_{j=1}^{\infty} A_{a,b}(S_j) = A_{a,b} \left(\bigcup_{j=1}^{\infty} S_j \right)$$

なので,

$$m^*(A_{a,b}(G)) = \inf \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} |A_{a,b}(S_j)| : G \subset \bigcup_{j=1}^{\infty} S_j \text{ 各 } S_j \text{ は開直方体} \right\}$$

である.さらに, $|A_{a,b}(S_j)| = |a|^n |S_j|$ だから,

$$m^*(A_{a,b}(G)) = \inf \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} |a|^n |S_j| : G \subset \bigcup_{j=1}^{\infty} S_j \text{ 各 } S_j \text{ は開直方体} \right\}$$

となる.したがつて,

$$m^*(A_{a,b}(G)) = |a|^n \inf \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} |S_j| : G \subset \bigcup_{j=1}^{\infty} S_j \text{ 各 } S_j \text{ は開直方体} \right\}$$

となる.