衛星搭載レーダーの受信波の合成

慶大理工 青木　義充
早大政経 加藤　　剛

1　はじめに

衛星に搭載されているレーダーの受信波について考える。受信波を解析する際に以前から用いられている手法は、地表面に存在するレーダーの散乱点 (反射点) は離散的であるということを前提にしている (末尾記載の引用文献を参照)。しかし、実際には散乱点は連続的に存在しているはずであり、受信波の解析は、厳密にはこのことを考慮に入れてなされるべきである。

工学の分野では、いわゆる「工学的な直感」にもとづいて問題の処理が行われることが多い。そのため、この問題についても、理論的、数学的にきちんとした議論は、これまでされてこなかった。本研究は、散乱点は連続的に存在するという現実に沿った厳密な議論の手始めとして、より自然な形の受信波を定式化し、その性質について調べることを目的としている。

2　従来の考え方による受信波の形

以下の議論では、地表面の撮影に使われる合成開口レーダーを対象とする。このレーダーの送信波 $s(t)$ は、

$$s(t) = \begin{cases} \exp\left\{2\pi i(f_0 t + \frac{B}{T}t^2)\right\} & , \quad -\frac{T}{2} \le t \le \frac{T}{2} \\ 0 & , \quad \text{その他}, \end{cases}$$

で与えられる。ここで、f_0, B, T は、それぞれ送信周波数、周波数帯域幅、パルス幅であり、各レーダーに固有の値になる。いま、衛星の真下を原点にとると、送信波 $s(t)$ に対する地表面上のある点 y からの受信波 $s_r(t, y)$ は、

$$s_r(t, y) = \begin{cases} A(y)\exp\left[2\pi i\left\{f_0(t-\tau(y)) + \frac{B}{T}(t-\tau(y))^2\right\}\right] & , \quad -\frac{T}{2} \le t-\tau(y) \le \frac{T}{2} \\ 0 & , \quad \text{その他}, \end{cases}$$

になる。ここで、$A(y)$ は y での反射率を表し、

$$\tau(y) = \frac{2\sqrt{y^2+h^2}}{c}$$

は衛星と地表面上の点 y との往復時間を表す関数である。$c = 3 \times 10^8$ [m/s] は光速で、h はレーダーを搭載した衛星の地表からの高度である (各衛星に固有の値)。$A(y)$ は、一般には何らかの複素関数になる。

今日に至るまで、受信波の処理は、散乱点は観測幅内に離散的に存在するという仮定のもとで行われてきている。つまり、観測幅内の散乱点は $y_1, y_2, \ldots,$ であるとし、各散乱点からの波、$s_r(t, y_k)$ それぞれに対して圧縮処理を行なっている。

3　合成を考えた受信波

前節末尾で紹介した仮定に反し、実際には、散乱点は観測幅内に連続的に存在している。したがって、時刻 t で観測される受信波は、次のような積分形の合成 $H(t)$ と考える方がより厳密な表現になる。

$$
\begin{aligned}
H(t) &= \int_{\xi(t)}^{\xi(t+T)} s_r(t,y)\,dy \\
&= \int_{\xi(t)}^{\xi(t+T)} A(y)\exp\left[2\pi i\left\{f_0(t-\tau(y))+\frac{B}{T}(t-\tau(y))^2\right\}\right]dy \\
&= \int_{t}^{t+T} A\left(\xi(u)\right)\exp\left[2\pi i\left\{f_0(t-\tau(y))+\frac{B}{T}(t-\tau(y))^2\right\}\right]\xi^{(1)}(u)\,du. \qquad (1)
\end{aligned}
$$

ただし、定義域は $t>2h/c$ であり、$\xi(u)=\tau^{-1}(u)$ とおいている。また、$\xi^{(j)}$ は、ξ の j 次導関数を表す。

式 (1) のままでは受信波がどのような形で得られるかが判然としないので、次節で受信波の近似式を与えることにする。

4　受信波の近似式

4.1　はじめに

前節で定義した合成の影響を考慮に入れた受信波 $H(t)$ の近似式は、地上の散乱点 y における反射率を表す関数 $A(y)$ の挙動によって近似方法が分けられる。ここでは、$B=0$ とし、代表的な例として、次の (i)、(ii) の場合を考える。

(i) $A(y)$ 定数関数である場合。つまり、反射率の変化が生じない均質な地表面が続く場合。

(ii) $A(y)$ が跳躍点を含む場合。つまり、反射率が不連続に変化する点が地表面にある場合。

4.2　反射率が一定の場合

まず (i) の場合を考える。$A(y)$ は定数関数なので、$A(y)\equiv 1$ と仮定してよい。このとき、$H(t)$ の近似式は、次の定理の形で与えられる。

定理 1　受信波 $H(t)$ は、$t>2h/c$ において

$$
H(t)\simeq F(t)=\frac{1}{2\pi i f_0}\left[\xi^{(1)}(t)-\xi^{(1)}(t+T)\right]
$$

と近似できる。また、そのときの誤差は、

$$
|H(t)-F(t)|\le\frac{(2\pi+3)}{12\pi f_0^2}\left\{\xi^{(2)}\left(t+T-\frac{1}{f_0}\right)-\xi^{(2)}\left(t-\frac{1}{f_0}\right)\right\}
$$

と評価できる。

$F(t)$ は単調減少関数なので、反射率が一定ならば、そこからの受信波は波形にはならないことがわかる。

4.3 反射率が不連続に変化する場合

次に (ii) の場合を考える。このとき、$A(y)$ は地表面上のある点 y_0 で不連続に変化する階段関数になる。そこで、

$$A(y) = \begin{cases} 1 \quad , & y \le y_0, \\ \rho \quad , & y > y_0 \end{cases} \tag{2}$$

と仮定してよい。ただし、$0 \le \rho \le 1$ とする。また、レーダーが衛星と y_0 との往復に要する時間を $t_0 = \tau(y_0)$ とおく。

$A(y)$ の式 (2) から、$2h/c < t < t_0 - T$ では $A(\xi(t)) \equiv 1$、$t_0 < t$ で は $A(\xi(t)) \equiv \rho$ になる。そこで、t がこれら 2 つの区間内にあるときは、定理 1 を適用することによって近似式と誤差評価が得られる。したがって、$t_0 - T \le t \le t_0$ における近似式を新たに求めればよい。

定理 2

$$G(t) \;=\; \frac{1}{2\pi i f_0}\left\{\xi^{(1)}(t) - \rho\,\xi^{(1)}(t+T)\right\} - \frac{1-\rho}{2\pi i f_0}\,\xi^{(1)}(t_0)\exp\{2\pi i f_0(t-t_0)\}$$

とするとき、$G(t)$ は $t_0 - T \le t \le t_0$ における $H(t)$ の近似式になる。そして、近似誤差の評価は、

$$\begin{aligned} &|H(t) - G(t)| \\ &\le \frac{2\pi+3}{12\pi f_0^2}\left[\left\{\xi^{(2)}\left(t + \frac{[(t_0-t)\,f_0]}{f_0} - \frac{1}{f_0}\right) - \xi^{(2)}\left(t - \frac{1}{f_0}\right)\right\}\right. \\ &\qquad\left. +\rho\left\{\xi^{(2)}\left(t + T - \frac{1}{f_0}\right) - \xi^{(2)}\left(t + \frac{[(t_0-t)\,f_0]}{f_0}\right)\right\}\right] \\ &\qquad + \frac{(1-\rho)\{(t_0-t)\,f_0 - [(t_0-t)\,f_0]\} + \rho}{f_0^2}\left(1 + \frac{1}{2\pi}\right)\left|\xi^{(2)}\left(t + \frac{[(t_0-t)\,f_0]}{f_0}\right)\right| \end{aligned}$$

で与えられる。ここで、$[a]$ は a の整数部分を表す。

$G(t)$ は複素変数の指数関数を含む。よって、反射率が変化する場合は、変化点から波形が返ってくることになる。

5 まとめ

従来考えられていた受信波の定義は，地表面上に離散的に存在する散乱点からの反射波の重ね合わせとして与えられていた。しかし、合成を考慮に入れ、より厳密な受信波の定式化を行うと、反射率の変化の有無によって受信波の形が変わることがわかった。まとめると、次のようになる。

- 反射率が変化しない $\Leftrightarrow$ $A(y)$ が一定

  $\Rightarrow$ 波形は返ってこない

- 反射率が不連続的に変化する $\Leftrightarrow$ $A(y)$ が不連続点をもつ

  $\Rightarrow$ 波形が返ってくる

したがって、観測幅の中に反射率が変化する点が複数存在するならば、各点から波形の反射波が返ってくることになり、受信波はそれらの重ねあわせとしてとらえられる。これは、従来の常識と一致する。しかし、もし反射率が変化しないならば、受信波は波形を含まない。つまり、より厳密な受信波の定式化によって、受信波が波形の重ね合わせとなる仕組みを明らかにすることができた。

6　今後の展望

受信波の挙動を数学的に厳密な定式化にもとづいて解析したことにより、レーダー設計の際に必要な受信波のシミュレーションに応用することが考えられる。また、地表面の様子の情報を持つ $A(y)$ の挙動を直接求めることによって、従来行われてきたものとは異なる手法で地表面の様子を調べることができる可能性がある。

参考文献

[1] Robert O, Harger, *Synthetic aperture radar systems theory and design,* New York Academic Press, 1970

[2] Chialin Wu, K.Y.Liu, Michael Jin, *Modeling and a Correlation Algorithm for Spaceborne SAR Signals,* IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, 1982

[3] C. J. Oliver, *Synthetic-aperture radar imaging,* Applied Physics 22, 871-891, 1989

[4] David C. Munson, Robert L. Visentin, *A Signal Processing View of Strip-Mapping Synthetic Aperture Radar,* IEEE Trans. Acounstics. Speech. and Signal Proceesing Vol37, No 12: 1989

[5] Merrill I Skolnik, *Radar Handbook second edition,* McGraw-Hill, 1990

[6] 高木幹雄, 下田陽久 (監修), 画像解析ハンドブック, 東京大学出版会, 1991

[7] C.J. Oliver, *Information from SAR Images,* Applied physics, 24, 1493-1514, 1991.

[8] G.Franceschetti, R.Lanari, E.S.Marzouk, *Two-Dimensional squint mode SAR processing,* SPIE Vol. 2316 SAR Data Proceeding for Remote Sensing, 1994

[9] *JERS-1 DATA USERS HANDBOOK,* Remote Sensing Technology Center of Japan (RESTEC), 1994

[10] 飯坂　譲二（監修）, 合成開口レーダハンドブック朝倉書店, 1998