

高頻度観測型金融時系列のモデリング

川崎 能典・統計数理研究所 予測制御研究系

1. 高頻度金融データ

高頻度観測型の金融データとは、分単位、場合によっては秒単位の精度を持つ市場データであり、以前の実証分析で一般的だった月次や日次といった観測頻度よりも高頻度という意味で、しばしば high frequent data と呼ばれる。このような観測頻度が細かなデータは、経済やファイナンスにおける実証分析に新たな光を投げかけるものである。第一に、これまで金融市場の特性に関して得られている様々な実証結果を、より一段細かなデータを用いて再検証することが可能になる。第二に、市場の微視的構造 (market microstructure) に関する研究に新たなインパクトをもたらしつつある。本報告では、為替市場における high frequent data を用いた現象解析の一例として、第2節で円ドル市場における経済指標開示効果の分析を紹介し、その流れで第3節で high frequent data についてどのような動的モデリングが考えられるか、おもに点過程モデリングの観点から議論を試みる。

2. 経済指標の開示効果とサプライズ効果

円・ドルレートの high frequent data を用いた実証分析の例として、経済指標の開示効果に関する分析を紹介する (桑名他, 2000)。従来の研究で主流であったボラティリティのみに着目するやり方とは異なり、為替レートの変動と、単位クォート数を達成するまでの平均時間という二つの情報をもとに、市場参加者にタイミングが予め知られている経済指標の公表が外国為替市場に与える効果を分析する。分析方法として、指標公表のある日とない日に大別した上で、公表時刻直後から特定のクォート数が達成されるまでの局所的な区間に注目し、その区間内でボラティリティと平均クォート間隔の同時分布の統計モデリングを行い、尤度比検定統計量を構成する。殆どの経済指標で開示効果が認められるが、物価指標は概して効果が弱く、これはより粗い間隔のデータによる先行研究結果と整合的である。

Money Market Service 社が実施している、市場関係者に対する調査データを利用すれば、指標の予想値と実現値との乖離が、市場行動に反映されているか否かを検証することも可能になる。これは一般にサプライズ効果と呼ばれる。ここではデータの制限 (開示日は各指標で月一回しかない) もあり、あまり明確な結論は得られなかったが、貿易収支のクォート強度、生産者物価指数のボラティリティについてはサプライズ効果を示唆する結果を得た。

3. 点過程モデル

元々の為替のクォートデータは秒刻みで見て不等間隔である。その意味で、点過程モデルから出発するのは自然である。まず $\mathcal{F}_t$ を t 時点までの情報セットとし、条件付き強度関数を

$$\lambda_{\theta}(t|\mathcal{F}_t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \{\text{An Event Occurs in } (t, t + \Delta) | \mathcal{F}_t\} / \Delta \quad (1)$$

と定義する。このとき点過程の対数尤度関数は

$$\log L(\theta) = \sum_{i=1}^N \lambda_{\theta}(t_i | \mathcal{F}_{t_i}) - \int_0^T \lambda_{\theta}(t | \mathcal{F}_t) dt \quad (2)$$

と表される．では，具体的に $\lambda_\theta(t|\mathcal{F}_t)$ としてどのようなモデリングが可能だろうか．非定常ポアソン過程の結果から，クォート強度には日周期が明らかであることに注意すると，条件付き強度関数のトレンド項 P_J と周期項 C_K を

$$P_J(t) = \sum_{j=1}^J a_j \phi_j(t/T), 0 < t < T \quad (3)$$

$$C_K(t) = \sum_{k=1}^K (b_{k-1} \cos(2\pi kt/T_0) + b_k \sin(2\pi kt/T_0)) \quad (4)$$

と表して，

$$\lambda(t|\mathcal{F}_t) = a_0 + P_J(t) + C_K(t) \quad (5)$$

あるいは

$$\lambda(t|\mathcal{F}_t) = \exp(a_0 + P_J(t) + C_K(t)) \quad (6)$$

とモデリングすることが考えられる．ここで $\phi_j(\cdot)$ は j 次の多項式を表し， T_0 は周期である．ここでは一日の長さが 1 になるようデータを基準化しているので，日周期は $T_0 = 1$ に相当する．なお，タイは 1 秒未満でずらしている．

一方，ボラティリティに対する ARCH モデルに代表されるように，金融時系列のモデリングにおいてはクラスター効果をどう捉えるかが重要であり，クォートの頻度においてもそれは同様であると考えられる．したがってここでは，あるショックに起因するクラスター効果を表現する応答関数を Laguerre 多項式で

$$g_M(x) = \sum_{m=1}^M c_m x^{m-1} e^{-\alpha x} \quad (7)$$

と与えて，条件付き強度関数を

$$\lambda(t|\mathcal{F}_t) = a_0 + P_J(t) + C_K(t) + \sum_{t_i < t} g_M(t - t_i) \quad (8)$$

と仮定する (Ogata and Akaike (1982)) ．

(8) を条件付き強度として，1997 年 7 月 11 日から 16 営業日の円ドル市場の high frequent data を用いて推定した点過程モデルについて結果を要約すると，Laguerre 多項式の次数は 2，三角関数の項数は 34 個 (17 組) が最小 AIC を達成した．(6) 式をあてはめると $K = 110$ となるが，クラスター効果のみのモデルに比べて AIC にして 2000 以上劣る．局所的なクラスター効果まで三角関数で近似するのは限界がある．推定された日周期の形状は類似しているが，縦軸方向のスケールが大きく異なっている．

参考文献

- [1] 桑名陽一，須齋正幸，川崎能典，マクロ経済指標値の公表が外国為替市場に与える影響，統計数理，48(1)，pp. 213–227，2000.
- [2] Ogata, Y. and H. Akaike, On linear intensity models for mixed doubly stochastic Poisson and self-exciting point process, *J. Royal Statist. Soc. B*, 44, pp. 104 – 107, 1982.