

計量ファイナンスにおける High Frequent Data の利用について

川崎 能典・統計数理研究所 予測制御研究系

1. 高頻度金融データ

高頻度観測型の金融データとは、分単位、場合によっては秒単位の精度を持つ市場データであり、以前の実証分析で一般的だった月次や日次といった観測頻度よりも高頻度という意味で、しばしば high frequent data と呼ばれる。このような観測頻度が細かなデータは、経済やファイナンスにおける実証分析に新たな光を投げかけるものである。第一に、これまで金融市場の特性に関して得られている様々な実証結果を、より一段細かなデータを用いて再検証することが可能になる。第二に、市場の微視的構造 (market microstructure) に関する研究に新たなインパクトをもたらしつつある。本報告では、high frequent data についてどのような動的モデリングが考えられるか、おもに点過程モデリングの観点から議論を試みる。

2. 点過程モデル

ここでは円・ドルレートの high frequent data を扱う。元々の為替のクォートデータは秒刻みで見て不等間隔であるので、点過程モデルから出発するのは自然である。まず $\mathcal{F}_t$ を t 時点までの情報セットとし、条件付き強度関数を

$$\lambda_\theta(t|\mathcal{F}_t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \{\text{An Event Occurs in } (t, t + \Delta) | \mathcal{F}_t\} / \Delta \quad (1)$$

と定義する。このとき点過程の対数尤度関数は

$$\log L(\theta) = \sum_{i=1}^N \lambda_\theta(t_i | \mathcal{F}_{t_i}) - \int_0^T \lambda_\theta(t | \mathcal{F}_t) dt \quad (2)$$

と表される。では、具体的に $\lambda_\theta(t|\mathcal{F}_t)$ としてどのようなモデリングが可能だろうか。非定常ポアソン過程の結果から、クォート強度には日周期が明らかであることに注意すると、条件付き強度関数のトレンド項 P_J と周期項 C_K を

$$P_J(t) = \sum_{j=1}^J a_j \phi_j(t/T), 0 < t < T \quad (3)$$

$$C_K(t) = \sum_{k=1}^K (b_{k-1} \cos(2\pi kt/T_0) + b_k \sin(2\pi kt/T_0)) \quad (4)$$

と表して、

$$\lambda(t|\mathcal{F}_t) = a_0 + P_J(t) + C_K(t) \quad (5)$$

あるいは

$$\lambda(t|\mathcal{F}_t) = \exp(a_0 + P_J(t) + C_K(t)) \quad (6)$$

とモデリングすることが考えられる。ここで $\phi_j(\cdot)$ は j 次の多項式を表し、 T_0 は周期である。ここでは一日の長さが 1 になるようデータを基準化しているので、日周期は $T_0 = 1$ に相当する。なお、タイは 1 秒未満でずらしている。

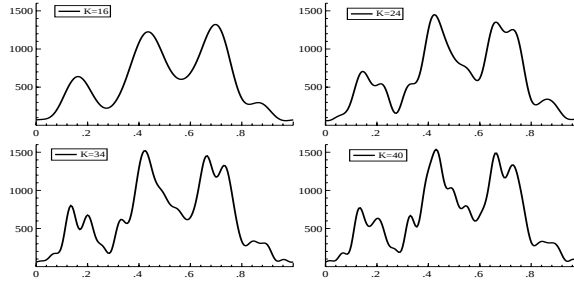


図 1: 強度関数の周期成分．左下が最小 AIC．

一方，ボラティリティに対する ARCH モデルに代表されるように，金融時系列のモデリングにおいてはクラスター効果をどう捉えるかが重要であり，クォートの頻度においてもそれは同様であると考えられる．したがってここでは，あるショックに起因するクラスター効果を表現する応答関数を Laguerre 多項式で

$$g_M(x) = \sum_{m=1}^M c_m x^{m-1} e^{-\alpha x} \quad (7)$$

と与えて，条件付き強度関数を

$$\lambda(t|\mathcal{F}_t) = a_0 + P_J(t) + C_K(t) + \sum_{t_i < t} g_M(t - t_i) \quad (8)$$

と仮定する (Ogata and Akaike (1982)) ．

3. 分析結果

(8) を条件付き強度として，1997 年 7 月 11 日から 16 営業日の円ドル市場の high frequent data を用いて推定した点過程モデルについて結果を要約すると，Laguerre 多項式の次数は 2，三角関数の項数は 34 個 (17 組) が最小 AIC を達成した．(6) 式をあてはめると $K = 110$ となるが，クラスター効果のみのモデルに比べて AIC にして 2000 以上劣る．局所的なクラスター効果まで三角関数で近似するのは限界がある．

M	K	J	AIC
0	110	1	-368454.04
2	0	1	-370461.21
2	34	1	-370924.39

表 1: ベストモデルと他の極端なモデルとの比較

参考文献

- [1] Ogata, Y. and H. Akaike, On linear intensity models for mixed doubly stochastic Poisson and self-exciting point process, *J. Royal Statist. Soc. B*, **44**, pp. 104 – 107, 1982.